Письма в АЖ, т. 10, № 12, 1984

УДК 524.8

ОДНОРОДНОСТЬ ВСЕЛЕННОЙ И АНИЗОТРОПИЯ РЕЛИКТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В. Ф. МУХАНОВ и Г. В. ЧИБИСОВ

С помощью метода релятивистского потенциала вычислены флуктуации реликтового излучения, обусловленные космологическими возмущениями скалярного типа. Показано, что известный из наблюдений верхний предел на квадрупольную анизотропию реликтового излучения ограничивает характерный масштаб неоднородностей с размерами, большими области прозрачности. Длина таких возмущений с амплитудой порядка единицы должна превышать как минимум в 45 раз размеры наблюдаемой области Вселенной.

THE HOMOGENEITY OF THE UNIVERSE AND ANISOTROPY OF THE BACKGROUND RADIATION, by V. F. Mukhanov and G. V. Chibisov. The background radiation fluctuations due to scalar type cosmological perturbations are calculated using relativistic potential gauge. The observational upper limit of the quadrupole anisotropy of the background radiation restricts the characteristic scale of perturbations which are larger than the transperency region. The sizes of perturbations with amplitude of the order of unity must be at least forty five times as large as the observational horizon.

1. *Введение.* Сценарии «раздувающейся Вселенной» (Гут, 1981; Старобинский, 1980; Линде, 1982) предсказывают, что в масштабах, много больших горизонта, Вселенная является сильно неоднородной, а наблюдаемая теперь квазиоднородная область является лишь малой частью большой неоднородности (Муханов и Чибисов, 1981; Гут и Пай, 1982). Возможные проявления крупномасштабной неоднородности Вселенной рассматривались Грищуком и Зельдовичем (1978). Они показали, что малость квадрупольной анизотропии реликтового излучения требует такой же малости неоднородностей плотности сколь угодно больших масштабов в синхронной системе отсчета, а возмущения метрики при этом могут быть велики. Однако ни возмущения плотности, ни возмущения метрики в синхронной системе сами по себе не характеризуют калибровочно-инвариантным образом отклонения Вселенной от фридмановской в больших масштабах. Это, в частности, связано с наличием фиктивных степеней свободы, остающихся после наложения условий синхронности. Для того чтобы было возможно сделать инвариантные (не зависящие от системы отсчета) утверждения о длинных возмущениях, необходимо

рассмотреть возмущения в терминах калибровочно-инвариантных величин. В дальнейшем, используя инвариантный потенциал φ (Чибисов и Муханов, 1983), который непосредственно связан с инвариантом Φ_A, введенным Бардином (1980), мы получим не зависящие от системы отсчета ограничения на характеристики длинноволновых возмущений, следующие из наблюдений реликтового излучения. Кроме того, технические преимущества калибровки релятивистского потенциала позволят нам получить алгебраическую формулу в координатном представлении для распространения излучения в квазифридмановской пылевой плоской Вселенной со скалярными возмущениями произвольных масштабов.

Поскольку в настоящее время существуют как теоретические аргументы (Гут, 1981), так и наблюдательные свидетельства (см., например, Шандарин и др., 1983) в пользу того, что космологический параметр Ω должен быть близок к единице, ниже используется фоновая метрика с плоским трехмерным пространством. Интересующие нас эффекты связаны с большим временем, поэтому результаты не зависят от того, каким именно веществом (барионами или массивными нейтрино) обеспечена критическая плотность.

2. *Космологические возмущения.* Метрику слабовозмущенной фридмановской Вселенной с малыми скалярными возмущениями можно представить в виде (Чибисов и Муханов, 1983)

$$ds^2 = a^2(\eta)\,[(1+2\varphi)\,d\eta^2 - (1-2\varphi)\,\delta_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta], \tag{1}$$

если только пространственная часть тензора энергии — импульса вещества, заполняющего Вселенную, диагональна ($\delta T_\beta{}^\alpha = 0,\ \alpha \neq \beta$). Вселенная становится прозрачной на относительно поздних стадиях расширения, когда давлением вещества p можно пренебречь ($\delta T_\beta{}^\alpha = -p\delta_\beta{}^\alpha \approx 0,\ \alpha \neq \beta$). На этих стадиях ($\alpha - \beta$)-уравнения Эйнштейна приводят к следующему уравнению для потенциала φ, описывающего скалярные возмущения:

$$\varphi'' + \frac{6}{\eta}\varphi' = 0, \tag{2}$$

где штрих означает дифференцирование по конформному времени η. Из (2) находим решение для потенциала

$$\varphi = A(x^\alpha) + B(x^\alpha)\frac{1}{\eta^5}, \tag{3}$$

которое содержит только две независимые моды A и B (фиктивных мод нет и при $p \neq 0$ (Чибисов и Муханов, 1983)). B-мода быстро убывает и поэтому не представляет интереса. Мы будем рассматривать только A-моду, полагая $\varphi \equiv \varphi(x^\alpha)$, $\dot\varphi = 0$. Из (0—0)- и ($0 - \alpha$)-уравнений Эйнштейна находим, что в используемой системе координат возмущения плотности $\delta\varepsilon/\varepsilon$ и скорости v^α равны:

$$\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{\eta^2}{6}\Delta\varphi - 2\varphi, \quad v^\alpha = -\frac{1}{3}\eta\frac{\partial\varphi}{\partial x^\alpha}. \tag{4}$$

Реально в среде присутствует излучение с малой плотностью энергии ε_r, $\varepsilon_r \ll \varepsilon$. До рекомбинации водорода излучение «вморожено» в вещество, что с учетом уравнения состояния излучения $p_r = \varepsilon_r/3$ дает

$$\frac{\delta\varepsilon_r}{\varepsilon_r} = \frac{4}{3}\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}, \quad (T_0{}^\alpha)_r = \frac{4}{3}\varepsilon_r v^\alpha, \quad \left(T_\beta{}^\alpha - \frac{1}{3}\delta_\beta{}^\alpha T_\gamma{}^\gamma\right)_r = 0. \tag{5}$$

Соотношения (4) и (5) определяют начальные условия для излучения при переходе от гидродинамической стадии (до рекомбинации) на режим свободного распространения излучения, когда рекомбинацию можно считать мгновенной.

3. Свободное излучение. При изучении распространения фотонов в слабонеоднородной Вселенной мы, в отличие от Сакса и Вольфа (1967), будем использовать калибровку, в которой метрика имеет вид (1). Преимущества этой калибровки будут очевидны. Уравнения движения для фотонов во Вселенной с метрикой (1) записываются в виде

$$\frac{dp_k}{d\eta} = 2p\,\frac{\partial\varphi}{\partial x^k}, \quad \frac{dx^\alpha}{d\eta} = l^\alpha(1 + 2\varphi), \tag{6}$$

где p_k — 4-импульс фотона, $p = \sqrt{p_\alpha p_\alpha}$, $l^\alpha \equiv -p_\alpha/p$. Видно, что φ является потенциалом по отношению ко всем четырем координатам в уравнениях движения фотонов.

Введем функцию распределения f для ансамбля фотонов:

$$dN = f(x^k, p_\alpha)\, d^3x^\alpha d^3p_\alpha. \tag{7}$$

Уравнение для нее имеет ту же форму, что и в плоском пространстве, благодаря инвариантности формы первого дифференциала:

$$\frac{dx^k}{d\eta}\frac{\partial f}{\partial x^k} + \frac{dp_\alpha}{d\eta}\frac{\partial f}{\partial p_\alpha} = 0. \tag{8}$$

Малые возмущения теплового реликтового излучения удобно характеризовать возмущениями δT температурного параметра T, определив их следующим образом:

$$f = \bar f\left(\frac{p}{\bar T + \delta T}\right), \tag{9}$$

где $\bar f$ — невозмущенная планковская функция, $\bar T = \text{const}$, а δT зависит от x^k и l^α, но не зависит от p в силу однородности уравнений движения (6) по p. Из (7) и (8) с учетом (6) получаем

$$(\partial_\eta + l^\alpha \partial_\alpha)\frac{\delta T}{T} = -2l^\alpha\,\partial_\alpha\varphi, \tag{10}$$

где $\partial_\eta \equiv \partial/\partial\eta$, $\partial_\alpha \equiv \partial/\partial x^\alpha$. Тензор энергии импульса излучения с функцией распределения f выражается следующим образом (см., например, Пиблс и Йю, 1970):

$$(T_k^{\ i})_r = \frac{1}{\sqrt{-g}} \int d^3 p_\alpha f \, \frac{p^i p_k}{p} . \tag{11}$$

Чтобы определить начальные условия для уравнения (10) по заданным возмущениям $(\delta T_k^{\ i})_{r0}$, вычислим $(\delta T_k^{\ i})_r$ из (11):

$$\frac{1}{4} \frac{\delta\varepsilon_r}{\varepsilon_r} = \varphi + \int \frac{d^2 l}{4\pi} \frac{\delta T}{T}, \quad \frac{(\delta T_0^{\ \alpha})_r}{\varepsilon_r} = \int \frac{d^2 l}{4\pi} l^\alpha \frac{\delta T}{T} . \tag{12}$$

Сравнивая (4), (5) с (12) находим

$$\left(\frac{\delta T}{T}\right)_{gd} = -\frac{5}{3}\varphi + \frac{\eta^2}{18}\Delta\varphi - \frac{\eta}{3} l^\alpha \partial_\alpha \varphi \tag{13}$$

на предрекомбинационной гидродинамической стадии, когда излучение «вморожено» в вещество и доминирует пыль.

4. Анизотропия. В плоской пылевой Вселенной для неубывающей моды возмущений $\partial_\eta \varphi = 0$ и поэтому в правой части (10) стоит полная производная (вдоль по траектории) от (-2φ). Следовательно, решение уравнения (10) записывается в алгебраическом виде

$$\delta T/T + 2\varphi = \text{const.} \tag{14}$$

Подчеркнем, что это решение после подстановки начальных условий в правую часть (14) можно использовать для вычисления флуктуации излучения в любых угловых масштабах, обусловленных малыми скалярными возмущениями (адиабатическими, энтропийными) произвольной конфигурации в плоской Вселенной, в которой на стадии прозрачности доминирует пыль. С учетом (11) задача сводится к определению $(\delta T_k^{\ i})_r$ в момент наступления прозрачности.

Далее мы будем рассматривать только длинноволновые возмущения. Затянутость рекомбинации практически не влияет на амплитуду флуктуаций $\delta T/T$ в масштабах $\theta > 5°$, в которые достаточно длинноволновые возмущения вносят доминирующий вклад. Поэтому, считая рекомбинацию мгновенной, в качестве начальных условий для излучения можно использовать (13). Тогда из (14) получаем

$$\left(\frac{\delta T}{T} + 2\varphi\right)_{obs} = \left(\frac{1}{3}\varphi + \frac{\eta^2}{18}\Delta\varphi - \frac{\eta}{3} l^\alpha \partial_\alpha \varphi\right)_{em}, \tag{15}$$

где индекс «obs» означает, что выражение в соответствующей скобке относится к точке наблюдения $\eta = \eta_{obs}$, $x_{obs} = 0$, а индекс «em» отвечает точке испускания: η_{em} — момент рекомбинации водорода и $x^\alpha_{em} = -l^\alpha(\eta_{obs} - \eta_{em}) \approx -l^\alpha \eta_{obs}$, поскольку $\eta_{obs} \gg \eta_{em}$. Благодаря зависимостям x^α_{em} от l^α и φ_{em} от x^α_{em} в (15) содержатся не только изотропная и дипольная компоненты, но все гармоники. Для конкретных спектров возмущений, предсказываемых «инфляционными» сценариями, корреляционная функция флуктуаций температуры в масштабах $\theta > 5°$ вычислена Старобинским (1983). Мы не будем ограничивать себя конкретными моделями, предсказывающими определенные спектры возмущений. Наша задача состоит в получении ограничений на параметры возмущений с масштабами, большими горизонта. Для длинных возмущений $\varphi(x)$ разложим в ряд по степеням (x/L):

$$\varphi(x) = \varphi(0) + \varphi_\alpha x^\alpha + \frac{1}{2}\varphi_{\alpha\beta}x^\alpha x^\beta + \ldots, \tag{16}$$

где φ_α и $\varphi_{\alpha\beta}$ — некоторые числовые матрицы. Подставляя (16) в (15), находим, что для наблюдателя, движущегося с той же скоростью, что и вещество, длинные возмущения создают главным образом квадрупольную анизотропию:

$$\frac{\delta_2 T}{T} = \frac{\eta_{obs}^2}{6} l^\alpha l^\beta \left(\varphi_{\alpha\beta} - \frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}\Delta\varphi\right) + O\left(\frac{\eta_{obs}^4}{L^4}\right). \tag{17}$$

Таким образом, квадрупольная компонента $\delta_2 T/T$ анизотропии реликтового излучения, создаваемая длинными адиабатическими возмущениями, равна 1/6 от квадрупольной компоненты инвариантного возмущения метрики (2φ) на границе $r = \eta_{obs}$ наблюдаемой области.

Неоднородность плотности $(\delta\varepsilon/\varepsilon)_\varphi$ в используемой калибровке (индекс «φ») для неубывающей моды длинных возмущений связана с φ соотношением (4):

$$(\delta\varepsilon/\varepsilon)_\varphi = -2\varphi + O(\eta_{obs}^2/L^2)\,\varphi \tag{18}$$

и, очевидно, может служить индикатором малости возмущений (при $L \gg \eta_{obs}$), как и амплитуда (2φ). Однако это не правило. Например, возмущения плотности в синхронной системе отсчета (индекс «s») связаны с $(\delta\varepsilon/\varepsilon)_\varphi$ следующим образом (Чибисов и Муханов, 1983):

$$\left(\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}\right)_s = -\frac{\eta_{obs}^2}{12}\Delta\left(\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}\right)_\varphi + O\left(\frac{\eta_{obs}^4}{L^4}\right). \tag{19}$$

Отсюда видно, что большим длинноволновым возмущениям с амплитудой $(\delta\varepsilon/\varepsilon)_\varphi \approx -2\varphi \sim 1$ могут соответствовать сколь угодно малые возмущения плотности в синхронной системе отсчета $(\delta\varepsilon/\varepsilon)_s \sim \sim (\eta_{obs}/L)^2$ в зависимости от характерного размера возмущения L. Ограничения на $(\delta\varepsilon/\varepsilon)_s$ не влекут за собой не зависящих от масштаба ограничений на инвариантные характеристики возмущения в масштабах, больших горизонта. Амплитуда квадрупольной анизотропии реликтового излучения определяется степенью крупномасштабной неоднородности распределения вещества внутри области прозрачности.

5. *Анизотропия и масштаб однородности Вселенной*. Ограничения на флуктуации излучения приводят к ограничениям на масштаб квазиоднородной области Вселенной. Мы будем подразумевать под L расстояние до того места, где $|2\varphi|$ становится порядка единицы и тем самым существенно нарушается однородность квазифридмановской области Вселенной. Чтобы извлечь из данных наблюдений информацию о величине L, выпишем явно квадрупольную гармонику

корреляционной функции $\langle \delta T(l^{\alpha})\, \delta T(m^{\alpha})\rangle$. С учетом (17) находим

$$C(\theta) \simeq T^2 \frac{1+3\cos 2\theta}{30} \left(\varphi_{\alpha\beta} - \frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}\Delta\varphi\right)\left(\varphi^{\alpha\beta} - \frac{1}{3}\delta^{\alpha\beta}\Delta\varphi\right)\left(\frac{\eta^2_{obs}}{6}\right)^2. \tag{20}$$

Максимумы $C(\theta)$ приходятся на $\theta = 180°$ и $\theta = 0°$; $C(90°) = 1/2C(180°)$. Наименьшее L, допускаемое ограничением вида $|C(\theta)| < M^2$, реализуется при соотношении собственных значений $\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3 = -(^2/_3)^{1/2} : 6^{-1/2} : 6^{-1/2}$ матрицы:

$$\left(\varphi_{\alpha\beta} - \frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}\Delta\varphi\right),$$

и соответственно ограничение на размер квазиоднородной области имеет вид

$$L^2 > \frac{\eta^2_{obs}}{6\sqrt{5}}\,\frac{T}{M}. \tag{21}$$

Наблюдения Фиксена и др. (1983) дают $M = 0.1$ мК при $10° < \theta < 180°$. Подставив в (21) $T = 2.7$ К, получаем

$$L > 45\eta_{obs}, \tag{22}$$

т. е. в области, как минимум в 45 раз превышающей наблюдаемую, Вселенная близка к однородной изотропной.

ЛИТЕРАТУРА

Бардин (Bardeen J. M.). Phys. Rev. D, 1980, v. 22, p. 1882.
Грищук Л. П. и Зельдович Я. Б. Астрон. журн., 1978, т. 55, с. 20.
Гут (Guth A. H.). Phys. Rev. D, 1981, v. 23, p. 347.
Гут и Пай (Guth A. H., Pi S. Y.). Phys. Rev. Letters, 1982, v. 49, p. 1110.
Линде (Linde A. D.). Phys. Letters, 1982, v. 108B, p. 389.
Муханов В. Ф. и Чибисов Г. В. Письма в ЖЭТФ, 1981, т. 33, с. 549.
Пиблс и Йю (Peebles P. J. E., Yu J. T.). Astrophys. J., 1970, v. 49, p. 1110.
Сакс и Вольф (Sachs R. K., Wolfe A. M.). Astrophys. J., 1967, v. 147, p. 73.
Старобинский А. А. Phys. Letters, 1980, v. 91B, p. 99.
Старобинский А. А. Письма в АЖ, 1983, т. 9, с. 579.
Фиксен и др. (Fiksen D. J., Cheng E. S., Wilkinson D. T.). Phys. Rev. Letters, 1983, v. 50, p. 620.
Чибисов Г. В. и Муханов В. Ф. Lebedev Phys. Inst. Preprint № 154, 1983.
Шандарин С. Ф., Дорошкевич А. Г. и Зельдович Я. Б. Усп. физ. наук, 1983, т. 139, с. 83.

Ин-т ядерных исследований АН СССР,
Москва

Поступила в редакцию
7 мая 1984 г.

Физический ин-т им. П. Н. Лебедева
АН СССР, Москва