

УДК 524.35

## ЛУЧИСТАЯ ВЯЗКОСТЬ И СТАБИЛИЗАЦИЯ ТЕПЛОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В АККРЕЦИОННЫХ ДИСКАХ

Ю. Э. ЛЮБАРСКИЙ и Р. А. СЮНЯЕВ

В аккреционных дисках вокруг черных дыр и нейтронных звезд лучистая вязкость значительно превышает вязкость полностью ионизованного газа. Число Рейнольдса при этом минимально в зоне основного энерговыделения и сильно зависит от темпа аккреции. Тепловая неустойчивость, изменяя локальный темп аккреции может приводить к временному выключению турбулентности и характерной переменности излучения диска. Дифференциальное вращение эффективно противодействует тепловой и динамической неустойчивостям во внешних областях аккреционных дисков вокруг сверхмассивных черных дыр.

RADIATIVE VISCOSITY AND STABILIZATION OF THERMAL INSTABILITY IN ACCRETION DISKS, by Yu. E. Lyubarskiĭ and R. A. Syunyaev. Radiative viscosity in the accretion disks around black holes and neutron stars considerably exceeds the viscosity of the fully ionized gas. Reynolds number has a minimum in the region of the main energy release. Reynolds number strongly depends on accretion rate. Changing of the local accretion rate by thermal instability leads to temporary termination of turbulence and to characteristic variability of the disks luminosity. Differential rotation opposes the thermal and dynamic instabilities in the external parts of accretion disks around supermassive black holes.

При аккреции на черную дыру вещества, обладающего достаточным угловым моментом, образуется диск с кеплеровским распределением скоростей. Во внутренних областях диска давление излучения превышает газовое. Тепловое равновесие в этой области неустойчиво, в результате поверхность диска деформируется: на диске образуются растущие «горбы» и «впадины» (Сюняев и Шакура, 1975; Шакура и Сюняев, 1976; Шибазак и Хоши, 1975). Анализ, проведенный в статье, показывает, что неустойчива не вся радиационно-доминированная зона, а только ее самая внутренняя область, в которой выделяется основная энергия. Развитие тепловой неустойчивости может привести к тому, что толщина диска во внутренней области увеличится, возрастет локальный темп аккреции и светимость диска. Рост неустойчивости прекращается, когда увеличение лучистой вязкости подавляет турбулентность.

**Условия в радиационно-доминированной зоне.** Мы предполагаем, что читатель знаком со статьей Шакуры и Сюняева (1976), и будем в дальнейшем пользоваться принятыми в этой статье обозначениями и использовать приведенные в ней формулы. Эффективные вязкие напряжения определяются степенью возбуждения турбулентности и характеризуются параметром

$$\alpha = \frac{v_t l_t}{v_s H} \leq 1. \quad (4)$$

Здесь  $v_t$  и  $l_t$  — скорость и характерный размер турбулентных вихрей,  $v_s$  — скорость звука,  $H$  — полутолщина диска. Удобные формулы получаются, если выражать массу черной дыры  $m$  в массах Солнца, темп ак-

креции  $\dot{m}$  — в единицах критического, соответствующего эддингтоновской светимости, а расстояние от черной дыры  $r$  — в единицах радиуса последней устойчивой орбиты вокруг шварцшильдовской черной дыры  $R_0 = 3R_g$ . В дальнейшем мы будем рассматривать только центральные области диска, в которых давление излучения превышает газовое. При темпе аккреции  $\dot{m} \approx 0.1$  (такой темп, по-видимому, характерен для ряда галактических рентгеновских источников, в частности для источника Лебедь X-1 (Сюняев и Трюмпер, 1979)) радиационно-доминирующая зона в дисках вокруг черных дыр звездной массы невелика:  $r \lesssim 25$ . По аккреции же на сверхмассивную черную дыру  $M \gtrsim 10^8 M_\odot$  граница зоны отодвигается до  $r \approx 100$ . Толщина диска в радиационно-доминированной зоне практически постоянна и равна:

$$H_0 = 3R_0 \dot{m} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{r}}\right). \quad (2)$$

Лайтман и Эрдли (1974) впервые отметили, что радиационно-доминирующая зона диска неустойчива относительно увеличения (уменьшения) ее толщины. В своем анализе они ограничились рассмотрением динамической неустойчивости. Как было показано в других работах (Сюняев и Шакура, 1975; Шакура и Сюняев, 1976; Шибазак и Хоши, 1975), в диске с преобладающим радиационным давлением существует гораздо более быстрая (тепловая) неустойчивость. Скорость энерговыделения есть

$$Q^+ = \eta_{\text{турб}} H \left(R \frac{d\omega}{dR}\right)^2 = \frac{\alpha}{3\sqrt{3}} \rho \omega H^3 \left(R \frac{d\omega}{dR}\right)^2, \quad (3)$$

где

$$\eta_{\text{турб}} = \frac{1}{3} \rho v_t l_t = \frac{\alpha}{3} \rho v_s H = \frac{\alpha}{3\sqrt{3}} \rho \omega H^2 \quad (4)$$

— коэффициент турбулентной вязкости,  $\omega$  — угловая скорость кеплеровского вращения,  $\rho$  — плотность вещества в диске. Скорость отвода тепла излучением

$$Q^- = \frac{4}{3} \frac{\varepsilon_r c}{\tau_T} = \frac{4}{3} \frac{cm_p}{\sigma_T} \omega^2 H, \quad (5)$$

где  $\varepsilon_r$  — плотность лучистой энергии,  $\tau_T = \sigma_T \rho H / m_p$  — оптическая толщина по томсоновскому рассеянию. Видно, что с увеличением толщины диска  $Q^+$  растет быстрее, чем  $Q^-$ . Соответственно если  $H$  уменьшается, то  $Q^+$  убывает быстрее, чем  $Q^-$ . Поэтому, начавшись, увеличение (уменьшение) толщины диска будет продолжаться. Инкремент неустойчивости  $\gamma$  для возмущений размером  $\Lambda \gtrsim 10 H$  равен  $\alpha\omega/5$ , при меньших  $\Lambda$  инкремент уменьшается и достигает нуля при  $\Lambda = 2H_0$ . Характерный масштаб неустойчивости  $\Lambda$  определяется, с одной стороны, тем, что с увеличением размера флуктуации вероятность ее образования быстро падает, а с другой — тем, что мелкомасштабные флуктуации растут слишком медленно (а при  $\Lambda < 2H_0$  не растут совсем). Поэтому характерный масштаб возмущений в диске  $\Lambda \approx 10H_0$ . Ранее (Сюняев и Шакура, 1975; Шакура и Сюняев, 1976) были рассмотрены только аксиально-симметричные возмущения, однако эти результаты применимы и в общем случае (Прингл, 1976; см. также Приложение).

Вывод о наличии тепловой неустойчивости был сделан в предположении постоянства  $\alpha$ , т. е. считалось, что во время расширения (сжатия) диска турбулентность успевает подстраиваться, и в каждый момент времени размеры турбулентных вихрей  $l_t \approx \sqrt{\alpha} H$ , а турбулентная скорость  $v_t \approx \sqrt{\alpha} v_s$  (Шакура и др., 1978). На самом деле характерное время развития и затухания турбулентных вихрей  $l_t/v_t \approx 1/\omega$  сравнимо с временем развития неустойчивости, поэтому степень возбуждения турбулентности может не поспевать за изменением толщины диска. В результате

инкремент неустойчивости уменьшается, но полностью стабилизировать неустойчивость этот эффект не может.

**Ограничения на развитие неустойчивости.** В результате неустойчивости на поверхности диска появляются горбы и впадины, вырастающие за характерное время  $t = \frac{1}{\gamma} = \frac{5}{\alpha\omega} = 3.7 \cdot 10^{-4} \frac{r^{3/2}}{\alpha}$  с. Их рост не продолжается неограниченно. Уменьшение толщины диска во впадинах приводит к уменьшению энерговыделения и, следовательно, к падению лучистого давления. В конце концов газовое давление становится преобладающим и дальнейшее уменьшение толщины диска прекращается (Сюняев и Шакура, 1975).

Рост горбов также ограничен. Действительно, размеры турбулентных вихрей по радиусу ограничены размерами основания горба. Когда высота

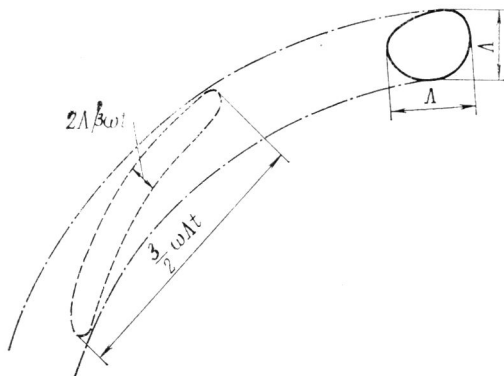


Рис. 1. Растягивание неустойчивого пятна дифференциальным вращением

горба станет сравнима с основанием, дальнейшее ее увеличение уже не будет приводить к увеличению турбулентной длины перемешивания  $l_t$  и, следовательно, к увеличению турбулентной вязкости. Поэтому развитие неустойчивости прекратится, т. е.  $H < \Lambda$ . Отсюда следует, что мелкомасштабные возмущения  $\Lambda \ll R$  вырастают незначительно, поэтому интерес представляет расширение всей радиационно-доминированной зоны диска или по крайней мере существенной ее части. Это возможно только в случае аккреции на черную дыру звездной массы. В случае аккреционных дисков вокруг сверхмассивных черных дыр ситуация иная.

**Устойчивость внешних областей аккреционных дисков вокруг сверхмассивных черных дыр.** Размеры радиационно-доминированной зоны в дисках вокруг сверхмассивных черных дыр на 2—3 порядка больше, чем толщина диска. Характерный размер неустойчивости  $\Lambda \approx 10 H$  много меньше размеров неустойчивой зоны, поэтому неустойчивость приведет к грануляции поверхности: диск будет покрыт горячими и холодными пятнами размером  $\Lambda \approx 10 H$ . Поскольку внешняя и внутренняя по отношению к черной дыре точки пятна имеют разные кеплеровские угловые скорости  $\Delta\omega = \frac{3}{2}\omega \frac{\Lambda}{R}$ , пятно будет растягиваться в ленту, площадь которой сохраняется, так как движение чисто сдвиговое (рис. 1). Когда ширина ленты станет меньше  $2H$ , рост неустойчивости прекратится. Время, необходимое для этого, определяется из условия сохранения площади пятна  $2H\Delta\omega t R = \Lambda^2$ . Это время  $t = \Lambda/3H\omega \approx 3/\omega$  порядка времени роста неустойчивости, поэтому большие горбы и впадины не будут успевать вырастать. Таким образом, вдали от черной дыры форма диска практически не будет отклоняться от равновесной. Оптическое излучение аккреционных дисков вокруг сверхмассивных черных дыр приходит из области  $r \approx$

$\approx 10 \div 20$ . Количество пятен в этой области флуктуирует, причем  $\Delta N/N \approx \sqrt{N}/N \approx 0.1$ . Если светимость пятна отличается от средней не более чем в  $2 \div 3$  раза, то оптическая светимость диска должна испытывать случайные флуктуации  $\Delta Q/Q \approx 0.1$  за времена порядка времени существования пятен  $t \approx 3/\omega$  (при  $m \approx 10^9$  это время порядка года).

При темпах аккреции  $\dot{m} \lesssim 10^{-2}$  условие  $10 H \ll R$  выполняется всегда (см. формулу (2)), поэтому такие диски полностью устойчивы. При  $\dot{m} \gtrsim 0.1$  вблизи черной дыры существует область, в которой  $\Lambda \approx 10 H \approx R$ . В этой зоне лента успевает замкнуться в кольцо, до того как ее толщина станет меньше  $2H$ . Судьба такого кольца нуждается в особом рассмотрении. Предварительно укажем, что все дальнейшее применимо и к внутренним областям дисков вокруг сверхмассивных черных дыр, и к радиационно-доминированным зонам дисков вокруг черных дыр звездной массы.

**Лучистая вязкость в аккреционных дисках.** В аккреционных дисках лучистая вязкость практически всегда превышает вязкость ионизованного газа. Легко видеть, что она особенно велика в области максимального энерговыделения\*

$$\eta_r = \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_r}{\sigma_T c N_e} = \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_r}{c \tau_T} H_0 = \frac{1}{4} \frac{Q H_0}{c^2}. \quad (6)$$

Здесь  $\varepsilon_r$  — плотность лучистой энергии,  $Q = \frac{m_p c^3 \dot{m}}{2 \sigma_T R_0 r^3} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{r}}\right)$  — поток энергии с единицы поверхности диска.

Интересно отметить, что, хотя лучистая вязкость доминирует, диссипация турбулентных движений происходит в результате действия ионной вязкости. Действительно, скорость отбора энергии турбулентных движений  $\eta_r (v/l)^2$  растет с уменьшением масштаба турбулентных вихрей  $l$  только до тех пор, пока длина свободного пробега фотона остается меньше  $l$ . Максимальная скорость диссипации энергии вследствие лучистой вязкости

$$\frac{dE}{dt} = \frac{4}{3} \frac{\sigma_T \varepsilon_r N_e}{c} v^2 \quad (7)$$

недостаточна для того, чтобы отобрать всю выделяющуюся при аккреции энергию. Поэтому турбулентные вихри дробятся до тех пор, пока не становится существенной ионная вязкость (хотя  $\eta_i$  мало, растет градиент скорости  $v/l$ , поэтому темп вязкой диссипации  $\eta_i (v/l)^2$  увеличивается и в конце концов вся энергия турбулентных движений переходит в тепло)\*\*.

Число Рейнольдса, рассчитанное по лучистой вязкости, имеет глубокий минимум там, где  $Q$  максимально (рис. 2):

$$\text{Re} = \frac{16r^4}{9\alpha \dot{m}^3 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{r}}\right)^3}. \quad (8)$$

Видно, что при  $\dot{m} \approx 1$  в области максимального энерговыделения  $\text{Re} \approx 10^3$ . Эксперименты показывают, что, как правило, турбулентность может существовать только при значительно больших  $\text{Re}$  (с точки зрения теории аккреции, анализ экспериментов Тейлора (1929, 1936) с жидкостью между вращающимися цилиндрами дан Зельдовичем (1979)).

\* Используемое обычно выражение  $\eta_r = \frac{4}{15} \frac{\varepsilon_r}{\sigma c N}$  получено в предположении, что излучение чернотельное. Поскольку в аккреционных дисках это предположение выполняется не всегда, мы пользуемся более общей оценочной формулой.

\*\* Если пользоваться формулами стандартной теории дисковой аккреции (Шакура и Сюняев, 1976), можно получить, что на пределе при  $m = 1$  и  $r \approx 2$  (максимум энерговыделения) лучистая вязкость все-таки может отобрать необходимую энергию, но в этой ситуации, по-видимому, турбулентность невозможна (см. далее).

Если  $\dot{m} \approx 0.1$ , то числа Рейнольдса достаточно велики для того, чтобы диск был турбулентным. Но неустойчивость приводит к расширению диска и, следовательно, к увеличению локального темпа аккреции. В результате число Рейнольдса в области, захваченной растущим возмущением, быстро уменьшается и в конце концов становится меньше критического, соответствующего переходу из турбулентного в ламинарный режим. Тогда турбулентность затухает, энергия перестает выделяться и выросший горб опадает за время, порядка времени выхода излучения из диска  $t \approx H\tau/c \approx \approx 2/\alpha\omega$ . Когда плотность лучистой энергии уменьшится, число Рейнольдса возрастет, турбулентность включится снова\*, опять за время  $\sim 5/\alpha\omega$

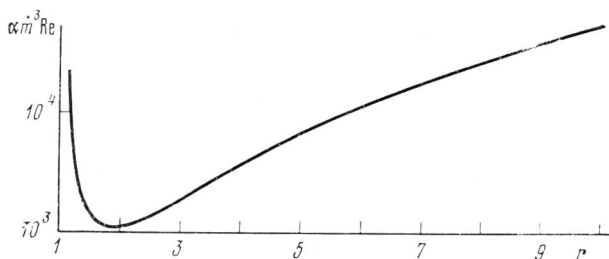


Рис. 2. Зависимость числа Рейнольдса  $Re$  от расстояния до черной дыры

вырастет горб, и аккреция будет продолжаться до тех пор, пока уменьшение числа Рейнольдса не приведет к затуханию турбулентности\*\*. Таким образом, аккреция в радиационно-доминированной зоне вблизи черной дыры будет идти скачками.

Наблюдения показывают (Сюняев и Трюмпер, 1979, 1981), что жесткое рентгеновское излучение Cyg X-1 и 3C 273 приходит из области с оптической толщиной  $\tau_T \approx 2 \div 7$  (разные значения получаются при разных предположениях о форме излучающей области). Столь малую толщину нельзя получить в стандартной теории с темпом аккреции  $\dot{m} \approx 0.1$  (такой темп нужен для обеспечения наблюдаемой светимости источника). По-видимому, жесткий рентгеновский спектр излучается только тогда, когда в результате описанного выше процесса развития неустойчивости темп аккреции достигает значения, близкого к критическому. Остальное время источник «молчит». Характерное время молчания должно превышать  $5/\alpha\omega$ , что для зоны максимального энерговыделения соответствует  $10^{-2}$  с для Cyg X-1 и  $10^6$  с для  $m \approx 10^9$  (3C 273).

## Приложение

Можно показать (Шакура и Сюняев, 1976), что кеплеровский закон вращения выполняется с большой точностью и в нестационарном диске. Поэтому уравнения дисковой аккреции запишутся в виде

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{R} \frac{\partial u v_r R}{\partial R} - \omega \frac{\partial u}{\partial \varphi} \quad (\text{П.1})$$

— уравнение неразрывности,

$$\dot{M} \frac{\partial \omega r^2}{\partial r} = 2\pi \left( \frac{\partial W_{r\varphi} R^2}{\partial R} + \frac{\partial p}{\partial \varphi} R H \right) \quad (\text{П.2})$$

\* Число Рейнольдса, соответствующее включению турбулентности, может оказаться значительно выше числа Рейнольдса, при котором происходит переход из турбулентного течения в ламинарное, так как стабильность потока зависит от того, насколько сильно он возмущен (Шлихтинг, 1974). Поэтому, когда турбулентность прекращается, диск должен сильно охладиться, прежде чем турбулентность включится опять.

\*\* Выросший горб будет освещать внешние части диска, которые будут переизлучать полученную энергию на более низких частотах. Это приведет к сильной оптической переменности диска, коррелированной с рентгеновской переменностью.

— уравнение переноса момента и

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\rho}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} + q^+ - q^- \quad (\text{П.3})$$

— тепловое уравнение. Объединяя (П. 1) и (П. 2) и вводя полную производную  $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \omega \frac{\partial}{\partial \varphi}$ , получим динамическое уравнение

$$\frac{du}{dt} = - \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \frac{2}{\omega R} \left( \frac{\partial W_{\tau\varphi} R^2}{\partial R} + HR \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right). \quad (\text{П.4})$$

Накладывая периодическое по  $\varphi$  возмущение и вводя средние по неустойчивому пятну параметры  $\bar{u} = \frac{1}{\varphi_2 - \varphi_1} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} u d\varphi$  и т. д. ( $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — узлы, в которых возмущение меняет знак), проинтегрируем уравнения (П. 3) и (П. 4) по  $\varphi$  от  $\varphi_1$  до  $\varphi_2$ . Тогда последний член в уравнении (П. 4) исчезает и система принимает такой же вид, как и в случае аксиально-симметричных возмущений. Поэтому сделанные ранее выводы (Шакура и Сюняев, 1976) остаются в силе и в общем случае.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Зельдович Я. Б. Препринт Ин-та прикл. матем им. М. В. Келдыша АН СССР, 1979, № 139; Proc. Roy. Soc. London, 1981, A 374, 299.  
Лайтман и Эрдли (Lightman A. P., Eardley D. M.) Astrophys. J., 1974, 187, L1.  
Прингл (Pringle J. E.) Monthly Not. Roy. Astron. Soc., 1976, 177, 65.  
Сюняев и Трюмпер (Sunyaev R. A., Trumper J.) Nature, 1979, 279, 506.  
Сюняев Р. А. и Трюмпер И. Письма в АЖ, 1981 (в печати).  
Сюняев Р. А. и Шакура Н. И. Письма в АЖ, 1975, 1, № 8, 6.  
Тейлор (Tailor G. J.) Philos. Trans. Roy. Soc. (London), 1923, A223, 289.  
Тейлор (Tailor G. J.) Proc. Roy. Soc. (London), 1936, A157, 546.  
Шакура Н. И. и Сюняев Р. А. Astron. and Astrophys., 1973, 24, 337.  
Шакура Н. И. и Сюняев Р. А. Monthly Not. Roy. Astron. Soc., 1976, 175, 13.  
Шакура Н. И., Сюняев Р. А. и Зилитинкевич С. С. Astron. and Astrophys., 1978, 62, 179.  
Шибазак и Хоши (Shibazaki N., Hoshi R.) Progr. Theor. Phys., 1975 54, 706.  
Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.

Ин-т космических исследований  
АН СССР, Москва

Поступила в редакцию  
20 марта 1981 г.