Письма в АЖ, т. 1, № 8, 1975

УДК 523.035

ТЕПЛОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ДИСКОВОЙ АККРЕЦИИ НА ЧЕРНУЮ ДЫРУ

Р. А. СЮНЯЕВ и Н. И. ШАКУРА

Во внутренней области аккреционного диска, где главную роль в давлении играет излучение, стационарный режим аккреции возможен лишь при фиксированном значении вязкости $\eta = 4\ m_p c/9\sigma_T$. Процесс аккреции в этой области неустойчив относительно малых возмущений. Излучение диска оказывается переменным.

THERMAL INSTABILITY OF DISC ACCRETION ONTO A BLACK HOLE, by R. A. Syunyaev and N. I. Shakura. In the inner region of accretion disc the radiation dominates in the pressure. A stationary regime of accretion is realized only at the fixed value of viscosity $\eta = 4\ m_p c/9\sigma_T$. The accretion process is unstable in this region and the radiation of the disc appears to be variable.

Аккреция на черные дыры вещества, обладающего значительным угловым моментом вращения, сопровождается образованием диска из аккрецирующего вещества. Диски должны формироваться как вокруг черных дыр звездного происхождения в двойных системах, так и вокруг сверхмассивных черных дыр, возможно, находящихся в ядрах галактик и квазарах. Структура и излучение стационарных дисков, теория которых была построена в работах Линден-Белла (1969), Шакуры (1972), Шакуры и Сюняева (1973), Прингла и Риса (1972), Сюняева (1972) *, определяется тремя параметрами: массой черной дыры M, скоростью аккреции $\dot{M}$ (или связанной с ней через эффективность энерговыделения ζ полной светимостью диска $L = \zeta \dot{M} c^2$) и параметром $\alpha = V_t/V_1$. Здесь V_t — скорость турбулентных пульсаций, V_s — скорость звука. Ниже будут использованы формулы из работ Шакуры и Сюняева (1973, 1975).

1. Значение вязкости во внутренней зоне диска. В первом приближении вещество в диске вращается по круговым кеплеровским орбитам со скоростью $V_\varphi = \omega R = \sqrt{GM/R}$. Медленное радиальное движение ($V_r \ll V_\varphi$) связано с турбулентным

* Учет релятивистских эффектов был проведен в обзоре Новикова и Торна (1973) и статье Пэйджа и Торна (1974).

трением между соседними слоями. Выделение энергии пропорционально значению вязкости η:

$$Q^+ (эрг/см^2сек) = \eta H \left(R \frac{d\omega}{dR} \right)^2 = \frac{9}{4} \eta H \omega^2 , \tag{1}$$

где H — полутолщина диска.

Скорость отвода энергии излучением $Q^- = 4\varepsilon_r m_p c/3U\sigma_T$ зависит от плотности энергии излучения в центре диска ε_r и оптической толщи его относительно рассеяния $\tau_T = U\sigma_T/2m_p$. Напомним, что в области, где выделяется основная часть энергии, рассеяние доминирует в непрозрачности. Здесь и ниже $U = 2\int\limits_0^H \rho dz$ — поверхностная плотность вещества в диске, а ρ — объемная плотность.

Вдоль z-координаты диск находится в гидростатическом равновесии

$$dp/dz = -\rho (GM/R^3) z = -\rho\omega^2 z.$$

Предполагая однородное распределение плотности вещества вдоль z-координаты, найдем среднее значение давления

$$p = \frac{1}{H} \int\limits_0^H p(z)dz = \frac{\rho\omega^2 H^2}{3} = \frac{U\omega^2 H}{6} . \tag{2}$$

Удобно ввести среднюю скорость звука $V_s = \omega H/\sqrt{3}$, используя (2) и соотношение $p = \rho V_s^2$.

При больших светимостях $L/L_{cr} > {}^1/_{50}(M_\odot/\alpha M)^{1/8}(0.06/\zeta)^{5/16}$ (где $L_{cr} = 1.3 \cdot 10^{38}$ $(M/M_\odot)$ *эрг/сек* — критическая эддингтоновская светимость) в диске появляется область, в которой главную роль играет давление излучения $p_r = \varepsilon_r/3 = aT^4/3 \gg P_g = UkT/2Hm_p$. Внешний радиус этой зоны $\propto \dot{M}^{16/21}$.

В этой зоне давление в центре диска в полтора раза превышает среднее. Следовательно, плотность энергии излучения в ней, согласно (2), равна $\varepsilon_r = 3p_c = {}^9/_2\ p = {}^3/_4 U\omega^2 H$. Теперь легко найти $Q^- = (m_p c/\sigma_T)\,\omega^2 H$. В стационарном режиме аккреции $Q^+ = Q^-$. Используя (1), видим, что стационарный режим аккреции во внутренней области диска может осуществляться лишь при одном фиксированном значении вязкости $\eta = 4m_p c/9\sigma_T$, превышающем возможные значения как молекулярной, так и лучистой вязкости. Этот вывод не зависит от конкретного вида вязкости (турбулентной или магнитной). С другой стороны, по определению турбулентной вязкости

$$\eta = \frac{1}{3}\rho V_t l_t = \frac{1}{3}\alpha\rho V_s H = \frac{\alpha}{3\sqrt{3}}\rho\omega H^2 = \frac{\alpha}{6\sqrt{3}} U\omega H . \tag{3}$$

В (3) средний пробег турбулентной ячейки l_t принят равным H. При построении стационарной картины аккреции формула

(3) использовалась для определения U. Отличие вязкости во внутренней зоне от значения $\eta = 4m_p c/9\sigma_T$ должно приводить к отличию Q^+ от Q^- и нарушению стационарного режима. Естественно возникает вопрос об устойчивости стационарного режима аккреции.

II. Анализ устойчивости диска. Ограничимся рассмотрением аксиально-симметричных ($\partial/\partial_\varphi = 0$) и не зависящих от координаты z ($\partial/\partial z = 0$) возмущений. Последнее означает, что диск на данном радиусе может расширяться или сжиматься вдоль z, сохраняя по этой оси однородное распределение плотности. Можно показать, что для возмущений с длинами волн $\Lambda \ll R$ кеплеровский закон вращения выполняется с большой точностью:

$$V_\varphi^2 = \omega^2 R^2 = \frac{GM}{R}\left[1 + O\left(\frac{H^2}{\Lambda R}\right) + O\left(\frac{H}{R}\right)^2\right],$$

т. е. производными $\frac{\partial V_\varphi}{\partial t} = R\,\frac{\partial \omega}{\partial t}$ можно пренебрегать. Возмущенные движения предполагаются существенно дозвуковыми, т. е. всюду в диске имеет место гидростатическое равновесие.

а) *Уравнение движения при нестационарной дисковой аккреции.* Изменение поверхностной плотности $U\ (R,\ t)$ на радиусе R подчиняется уравнению неразрывности

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{1}{R}\,\frac{\partial}{\partial R}\,UV_rR = -\frac{1}{2\pi R}\,\frac{\partial}{\partial R}\,\dot{M}\,(R,t)\,, \tag{4}$$

где $\dot{M}\ (R,\ t) = 2\pi U V_r R$ — поток аккрецирующего вещества.

Радиальное движение вещества связано с трением между соседними слоями: удельный момент вращения уменьшается под действием вязких сил

$$\frac{d}{dt}\,\omega R^2 \equiv R^2\,\frac{\partial\omega}{\partial t} + V_r\,\frac{\partial}{\partial R}\,\omega R^2 = \frac{1}{UR}\,\frac{\partial}{\partial R}\,\eta H\,\frac{\partial\omega}{\partial R}\,R^3\,. \tag{5}$$

Выше уже отмечалось, что $\partial\omega/\partial t$ можно положить равным нулю, тогда (5) с учетом определения вязкости (3) принимает вид

$$UV_rR \equiv \frac{\dot{M}}{2\pi} = -\frac{6}{\omega R}\,\frac{\partial}{\partial R}\,\eta H\omega R^2 = -\frac{\alpha}{\sqrt{3}\,\omega R}\,\frac{\partial}{\partial R}\,UH^2\omega^2R^2. \tag{6}$$

Подставляя (6) в (4), находим уравнение движения

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\alpha}{\sqrt{3}\,R}\,\frac{\partial}{\partial R}\,\frac{1}{\omega R}\,\frac{\partial}{\partial R}\,H^2\omega^2R^2\,. \tag{7}$$

Очевидно, что одного этого уравнения (относительно двух функций U и H) недостаточно для исследования устойчивости стационарной дисковой аккреции. Необходимо дополнительное уравнение, связывающее $U\ (R,t)$ и $H\ (R,\ t)$.

В известных работах Лайтмана и Эрдли (1974) и Лайтмана (1974), где был впервые поставлен вопрос об устойчивости дисковой аккреции на черную дыру звездной массы, использовалась связь между U и H, найденная из условия $Q^+ = Q^-$. Во внутренней зоне диска это условие эквивалентно предположению о равенстве вязкости фиксированному значению $\eta = 4m_p c/9\sigma_T$, что не имеет места в общем случае.

б) *Тепловое уравнение.* Второе уравнение, связывающее U и H, получаем из закона сохранения энергии

$$\frac{dE}{dt} = \frac{p}{\rho^2}\frac{d\rho}{dt} + q^+ - q^- . \tag{8}$$

Здесь первый член справа описывает изменение внутренней энергии одного грамма вещества $E = \varepsilon/\rho$ в результате работы сил давления, второй и третий члены — соответственно нагрев турбулентным трением и охлаждение излучением. Учитывая, что $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V_r\frac{\partial}{\partial R} + V_z\frac{\partial}{\partial z}$, проинтегрируем (8) по z-координате (предварительно умножив его на ρdz), предполагая при этом однородность расширения или сжатия диска вдоль оси:

$$\frac{\partial}{\partial t}\varepsilon H + p\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\partial}{R\partial R}(\varepsilon + p)V_r HR + V_r\frac{\partial}{\partial R}pH + Q^+ - Q^- . \tag{9}$$

в) *Линеаризация уравнений.* Наложим на стационарное решение возмущение в виде $U = U_0(R)\,[1 + u(R, t)]$ и $H = H_0(R)\,[1 + h(R, t)]$, где $u \ll 1$ и $h \ll 1$. Будем рассматривать возмущения с длиной волны Λ такой, что $H \ll \Lambda \ll R$, и оставлять в уравнениях лишь члены порядка $(H/\Lambda)^2$, пренебрегая членами порядка $(H/R)^2$ и $H^2/R\Lambda$. Тогда линеаризованное уравнение движения (7) примет вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\alpha\omega}{\sqrt{3}}H_0^2\frac{\partial^2}{\partial R^2}(u + 2h) . \tag{10}$$

Во внутренней зоне диска $\varepsilon_r = 3p_c$ и из теплового уравнения (9) следует:

$$\frac{7}{6}\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{2}{3\sqrt{3}}\alpha\omega H_0^2\frac{\partial^2}{\partial R^2}(u + 2h) + \frac{\sqrt{3}}{8}\alpha\omega(u + h) , \tag{11а}$$

а во внешней (где $\varepsilon = {}^3/_2 p$ и $p = \frac{2\rho}{m_p}kT = \frac{2\rho}{m_p}k\left(\frac{\varepsilon_r}{a}\right)^{1/4}$ — к уравнению

$$\frac{2}{3}\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{4}\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{5}{12\sqrt{3}}\alpha\omega H_0^2\frac{\partial^2}{\partial R^2}(u + 2h) + \frac{\sqrt{3}}{4}\alpha\omega(u - 3h) . \tag{11б}$$

Следует отметить, что тепловое уравнение (9) до линеаризации имело дополнительные малые члены порядка $(H_0/R)^2$ по сравнению с уравнением движения (7). Однако сокращение на $U_0\omega^2 H_0^2$ при линеаризации сравняло порядки уравнений. Отметим также, что в линеаризованном уравнении мы пренебрегли вторым членом справа из (9).

г) *Анализ линеаризованных уравнений.* Будем искать решение линеаризованных уравнений в зоне $\Delta R \sim R$ в виде $u = u(R)\exp(\Omega t)$, $h = h(R)\exp(\Omega t)$. В качестве неизвестной функции удобно выбрать величину $\psi = u + 2h$, которая имеет смысл возмущения вязких сил между соседними слоями. Тогда получим дисперсионные уравнения

$$\Omega \frac{7\Omega - (3\sqrt{3}/4)\alpha\omega}{9\Omega + (3\sqrt{3}/4)\alpha\omega}\psi = \frac{\alpha\omega}{\sqrt{3}} H_0^2 \frac{d^2\psi}{dR^2} \quad \text{при} \quad p_c = \frac{\varepsilon_r}{3}, \tag{12а}$$

$$\Omega \frac{2\Omega + (9\sqrt{3}/4)\alpha\omega}{3\Omega + (15\sqrt{3}/4)\alpha\omega}\psi = \frac{\alpha\omega}{\sqrt{3}} H_0^2 \frac{d^2\psi}{dR^2} \quad \text{при} \quad p_c = \frac{2\rho kT}{m_p}. \tag{12б}$$

Из них следует, что во внешней зоне малые возмущения параметров диска затухают — стационарный режим аккреции в ней устойчив. Внутренняя зона оказывается неустойчивой: возмущения с длиной волны $H \ll \Lambda \ll R$ экспоненциально нарастают с инкрементом $\Omega \sim \alpha\omega\,(H/\Lambda)^2$, зависящим от длины волны и от значения $\omega(R)$ на данном радиусе. Имеется и второе решение: инкремент при $\Lambda \gg H$ стремится к $\Omega \simeq 0.2\alpha\omega$. При этом амплитуда h превышает амплитуду u.

Возмущения вязкости равны $\Delta\eta/\eta = u + h$, следовательно, Лайтман и Эрдли (1974) рассмотрели частный случай, когда $u(R, t) = -h(R, t)$. Возмущения $\Delta\dot{M}/\dot{M}_0$ растут во времени с тем же инкрементом Ω, но в противофазе с амплитудой функции ψ. Детальный анализ показывает, что граница между устойчивой и неустойчивой зонами лежит при

$$\beta_0 = p_r/(p_r + p_g) = 3/5.$$

д) *Поведение возмущений на нелинейной стадии.* Вблизи границы устойчивой и неустойчивой зон начинают расти возмущения h и u с данной длиной волны Λ. Рост этих возмущений ограничен по ряду причин: а) из-за ограничения $\dot{M}$ стационарными условиями на границе; б) при $h \sim 1$ возрастает излучение энергии боковыми поверхностями образовавшегося кольца, что увеличивает Q^- и замедляет дальнейший рост возмущений; в) уменьшение h и увеличение u приводит к увеличению давления вещества и стабилизации картины аккреции.

Радиальное движение колец сопровождается дальнейшим их разбиением, которое идет с большим инкрементом, так как ω и отношения Λ/R и H/R нарастают с уменьшением радиуса. В результате излучение диска должно быть переменно во временных масштабах от $T \sim \frac{1}{\alpha\omega}\left(\frac{R}{H_0}\right)^2\Big|_{R_{\max}}$ до $T \sim \frac{1}{\alpha\omega}\Big|_{R_{\min}}$, где $R_{\min}$ и $R_{\max}$ — соответственно внутренняя и внешняя границы неустойчивой области диска. Отметим, что распадание колец на отдельные пики должно приводить к появлению горячих пятен на поверхности диска и специфической переменности (характерное время $1/\omega$) излучения диска, связанной с доплер-эффектом (Сюняев, 1972).

е) *Влияние нестационарности на спектр излучения диска.* Жесткое рентгеновское излучение аккреционных дисков формируется во внутренней зоне в результате комптонизации и велико лишь при скорости аккреции, близкой к критической (Шакура и Сюняев, 1973). Нестационарность аккреции приводит к увеличению $\dot{M}$ в областях с сильными возмущениями. При этом усиливается жесткое рентгеновское излучение. Оно должно флуктуировать гораздо сильнее, чем мягкое рентгеновское излучение, возникающее во внешних, более спокойных областях.

Следует отметить, что резкое увеличение $\dot{M}$ может сопровождаться разогревом плазмы в диске до релятивистских температур, превышением ионной температуры над электронной, рождением позитронов и ускорением их давлением излучения до релятивистских скоростей. Это связано с низкой эффективностью отвода энергии от электронов излучением в узкой зоне с $R \sim 2R_{\min}$, в которой максимально энерговыделение и минимальны плотность вещества и оптическая толща диска по рассеянию и поглощению. Однако зона эта узка $\Delta R \ll R$, и радиальная диффузия тепла и фотонов увеличивает в ней Q^{-}. Времена переменности пропорциональны ω, т. е. пропорциональны массе черной дыры. Для черной дыры с массой $\dot{M} = 10\ M_{\odot}$ (рентгеновский источник в двойной системе) времена переменности при $\dot{M} = 0{,}1\ M_{cr}$ лежат в интервале от $5 \cdot 10^{-3}$ *сек* до десятков секунд, а при массе, равной $10^{9}\ M_{\odot}$ (квазар или ядро галактики) — от нескольких дней до многих лет. Отметим, что диск вокруг сверхмассивной черной дыры основную энергию излучает в ультрафиолетовом и рентгеновском диапазонах.

Ин-т космических исследований
АН СССР, Москва
Государственный астрономический
ин-т им. П. К. Штернберга, Москва

Поступила в редакцию
11 мая 1975 г.

ЛИТЕРАТУРА

Лайтман (Lightman A. P.), 1974. Astrophys. J., *194*, 419, 429.
Лайтман и Эрдли (Lightman A. P., Eardley D. M.), 1974. Astrophys. J. Letters, *187*, L1.
Линден-Белл (Lynden-Bell D.), 1969. Nature, *223*, 690.
Новиков и Торн (Novikov I. D., Thorne K. S.), 1973. В сб.: Black Holes, Ed. C. DeWitt and B. DeWitt, Gordon and Breach, N. Y.
Прингл и Рис (Pringle J. E., Rees M. J.), 1972. Astron. and Astrophys., *21*, 1.
Пэйдж и Торн (Page D. N., Thorne K. S.), 1974. Astrophys. J., *191*, 499.
Сюняев Р. А., 1972. Астрон. ж., *49*, 1153.
Шакура Н. И., 1972. Астрон. ж., *49*, 921.
Шакура Н. И. и Сюняев Р. А., 1973. Astron. and Astrophys., *24*, 337.
Шакура Н. И. и Сюняев Р. А., 1975. Monthly Notices Roy. Astron. Soc. (в печати).