

Геометрические и кинематические свойства Стандартной космологической модели

Д.И.Нагирнер (СПбГУ) НЕА-2016

Контрольные вопросы

- Чему равно хаббловское расстояние?
- На каком расстоянии от нас находится горизонт?
- Какова скорость расширения горизонта и места, где он проходит?
- Чему равно ускорение на хаббловском расстоянии и на горизонте?
- Когда началось ускорение, при каком z ?
- Что произойдет со Вселенной в будущем?
- Что такое вторая инфляция и второй горизонт?
- До каких расстояний, в принципе, может дойти сигнал к внеземным цивилизациям? С каких расстояний они смогут ответить?

1. Основания модели

Основные предположения

- Уравнения Эйнштейна.
- Космологический принцип: все во Вселенной в каждый момент однородно и изотропно.
- Плоское пространство.

Основные величины

- Космологическое красное смещение z и масштабный множитель (фактор) a , $a = \frac{1}{1+z}$.
- Постоянная Хаббла H_0 , хаббловское расстояние $l_H^0 = \frac{c}{H_0}$.
- Метрика $ds^2 = c^2 dt^2 - dl^2$, $dl^2 = dr^2 + r^2 d\omega^2$, $d\omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2$. (1)
- Конформные координаты: временная η и пространственная χ .
Определения: $c dt = \frac{c}{H_0} a(\eta) d\eta$, $r = \frac{c}{H_0} a(\eta) \chi$, $dr = \frac{c}{H_0} a(\eta) d\chi$. (2)
- Метрика Фридмана—Робертсона—Уокера

$$dl^2 = \frac{c^2}{H_0^2} a^2(\eta) [d\chi^2 + \chi^2 d\omega^2], \quad ds^2 = \frac{c^2}{H_0^2} a^2(\eta) [d\eta^2 - d\chi^2 - \chi^2 d\omega^2]. \quad (3)$$

Компоненты Вселенной и их доли

- Пылевидное вещество, включая барионное и темное, Ω_d .
- Излучение, Ω_r .
- Релятивистские нейтрино и антинейтрино трех типов, их общая доля Ω_ν .
- Темная энергия (вакуум, космологическое слагаемое), Ω_Λ .
- Сумма $\Omega_d + \Omega_r + \Omega_\nu + \Omega_\Lambda = 1$.

Параметры модели

- Постоянная Хаббла $H_0 = 70 \text{ км с}^{-1} \text{Мпк}^{-1} = 2.27 \cdot 10^{-18} \text{ с}^{-1}$.
- Хаббловское расстояние l_H^0 : $v = H_0 l$, $v = c = H_0 l_H^0$,
 $l_H^0 = \frac{c}{H_0} = 1.32 \cdot 10^{28} \text{ см} = 14.2 \text{ Г св. лет} = 4.28 \text{ Гпк}$.
- Критическая плотность $\rho_c^0 = \frac{3H_0^2}{8\pi G} = 9.21 \cdot 10^{-30} \text{ г/см}^3$.

Плотности массы компонент и их современные доли

- Реликтовое чернотельное излучение, $T_0 = 2.7277 \text{ К}$,
 $\rho_r^0 = \frac{a_{\text{SB}}}{c^2} T_0^4 = 4.66 \cdot 10^{-34} \text{ г/см}^3$, $\Omega_r^0 = \frac{\rho_r^0}{\rho_c^0} = 5.06 \cdot 10^{-5}$.

Концентрация фотонов $n_r^0 = 16\pi\zeta(3) \left(\frac{k_B}{hc}\right)^3 T_0^3 = 412/\text{см}^3$.

- Ультрарелятивистские нейтрино всех типов, $T_\nu = \sqrt{\frac{4}{11}} T_r$, $T_\nu^0 = 1.64 \text{ К}$.

$$\rho_\nu^0 = 6 \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{a_{\text{SB}}}{c^2} (T_\nu^0)^4 = 1.36 \rho_r^0, \quad \Omega_\nu^0 = 1.36 \Omega_r^0 = 6.90 \cdot 10^{-5}.$$

- Темная энергия, $\Omega_\Lambda^0 = 0.72$, $\rho_\Lambda^0 = 6.62 \cdot 10^{-30} \text{ г/см}^3$.
- Пылевидное вещество $\Omega_d^0 = 1 - \Omega_r^0 - \Omega_\nu^0 - \Omega_\Lambda^0 = 0.280$,
 $\rho_d^0 = 2.58 \cdot 10^{-30} \text{ г/см}^3$.

- В атомах водорода в м^3 : $\frac{\rho_c^0}{m_H} \cdot 10^6 = 5.50$,

$$\frac{\rho_\Lambda^0}{m_H} \cdot 10^6 = 3.96, \quad \frac{\rho_d^0}{m_H} \cdot 10^6 = 1.54,$$

$$\frac{\rho_r^0}{m_H} \cdot 10^6 = 0.00028, \quad \frac{\rho_\nu^0}{m_H} \cdot 10^6 = 0.00038.$$

2. Основные уравнения

- Уравнения Эйнштейна

$$\ddot{R} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + 3\frac{P}{c^2} \right) R + \frac{\Lambda c^2}{3} R, \quad \dot{R}^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho R^2 + \frac{\Lambda c^2}{3} R^2 - kc^2. \quad (4)$$

Для плоского пространства $k = 0$, $R(t) = l_{\text{H}}^0 a(\eta) = \frac{c}{H_0} a(\eta)$.

- Плотность и давление темной энергии $\rho_{\Lambda} = \frac{\Lambda c^2}{8\pi G}$, $P_{\Lambda} = -\frac{\Lambda c^4}{8\pi G}$.

- Полные плотность и давление четырех компонент, а также гравитационная (гравитирующая) плотность:

$$\rho_{\text{t}} = \rho_{\text{d}} + \rho_{\text{r}} + \rho_{\nu} + \rho_{\Lambda} = \rho_{\text{c}}, \quad P_{\text{t}} = P_{\text{d}} + P_{\text{r}} + P_{\nu} + P_{\Lambda}, \quad \rho_{\text{g}} = \rho_{\text{t}} + 3\frac{P_{\text{t}}}{c^2}. \quad (5)$$

- Условие совместности уравнений $\dot{\rho} = -3 \left(\rho_{\text{t}} + \frac{P_{\text{t}}}{c^2} \right) H$, $H = \frac{\dot{R}}{R} = \frac{\dot{a}}{a}$.

- Физический смысл этого условия: $d(\rho_{\text{t}} c^2 V) = -P_{\text{t}} dV$ — адиабата.

- Уравнения для a : $\ddot{a} = -\frac{4\pi G}{3} \rho_{\text{g}} a$, $\dot{a}^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_{\text{t}} a^2$.

3. Эволюция плотностей

- Компоненты не взаимодействуют после аннигиляции электрон-позитронных пар.

- Излучение и нейтрино совместно $\rho_{\text{r}} + \rho_{\nu} = \rho_{\text{r}\nu}$, $P_{\text{r}} + P_{\nu} = P_{\text{r}\nu}$.

- Уравнения состояния: $P_{\text{d}} = 0$, $P_{\text{r}\nu} = \frac{\rho_{\text{r}\nu} c^2}{3}$, $P_{\Lambda} = -\rho_{\Lambda} c^2$.

- Гравитационная плотность $\rho_{\text{g}} = \rho_{\text{d}} + 2\rho_{\text{r}\nu} - 2\rho_{\Lambda}$.

- Условие совместности отдельно для каждой компоненты:

$$\dot{\rho}_{\text{d}} = -3\rho_{\text{d}}, \quad \dot{\rho}_{\text{r}\nu} = -4\rho_{\text{r}\nu}, \quad \dot{\rho}_{\Lambda} = 0.$$

- Эволюция: $\rho_{\text{d}} = \frac{\rho_{\text{d}}^0}{a^3}$, $\rho_{\text{r}\nu} = \frac{\rho_{\text{r}\nu}^0}{a^4}$, $\rho_{\Lambda} = \rho_{\Lambda}^0$.

- Замена: $\rho_{\text{d}}^0 = \Omega_{\text{d}}^0 \rho_{\text{c}}^0$, $\rho_{\text{r}\nu}^0 = \Omega_{\text{r}\nu}^0 \rho_{\text{c}}^0$, $\rho_{\Lambda}^0 = \Omega_{\Lambda}^0 \rho_{\text{c}}^0$.

$$\rho_{\text{d}} = \rho_{\text{c}}^0 \frac{\Omega_{\text{d}}^0}{a^3}, \quad \rho_{\text{r}\nu} = \rho_{\text{c}}^0 \frac{\Omega_{\text{r}\nu}^0}{a^4}, \quad \rho_{\Lambda} = \rho_{\text{c}}^0 \Omega_{\Lambda}^0.$$

- Эволюция полной и гравитирующей плотностей:

$$\rho_{\text{t}} = \rho_{\text{c}}^0 \left(\frac{\Omega_{\text{d}}^0}{a^3} + \frac{\Omega_{\text{r}\nu}^0}{a^4} + \Omega_{\Lambda}^0 \right), \quad \rho_{\text{g}} = \rho_{\text{c}}^0 \left(\frac{\Omega_{\text{d}}^0}{a^3} + 2\frac{\Omega_{\text{r}\nu}^0}{a^4} - 2\Omega_{\Lambda}^0 \right). \quad (6)$$

4. Решение уравнений

- Уравнение с первой производной (второе уже учтено)

$$H^2 = \frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho_c^0 \left(\frac{\Omega_d^0}{a^3} + \frac{\Omega_{rv}^0}{a^4} + \Omega_\Lambda^0 \right) = \frac{H_0^2}{a^4} (\Omega_{rv}^0 + \Omega_d^0 a + \Omega_\Lambda^0 a^4). \quad (7)$$

- Разделение переменных

$$\frac{ada}{\sqrt{\Omega_{rv}^0 + \Omega_d^0 a + \Omega_\Lambda^0 a^4}} = H_0 dt, \quad \int_0^a \frac{ada}{\sqrt{\Omega_{rv}^0 + \Omega_d^0 a + \Omega_\Lambda^0 a^4}} = H_0 t. \quad (8)$$

- Временная координата ($cdt = l_H^0 a(\eta) d\eta$)

$$H_0 dt = a(\eta) d\eta, \quad \int_0^a \frac{da}{\sqrt{\Omega_{rv}^0 + \Omega_d^0 a + \Omega_\Lambda^0 a^4}} = \eta. \quad (9)$$

- Замена переменной:

$$x = x_0 a, \quad x_0 = \left(\frac{\Omega_\Lambda^0}{\Omega_{rv}^0} \right)^{1/4} = 8.81. \quad (10)$$

- Обозначения

$$\beta = \frac{\Omega_d^0}{(\Omega_{rv}^0)^{3/4} (\Omega_\Lambda^0)^{1/4}} = 265.7, \quad \eta_* = (\Omega_{rv}^0 \Omega_\Lambda^0)^{-1/4} = 10.4, \quad (11)$$

$$H_\Lambda = H_0 \sqrt{\Omega_\Lambda^0} = 59.4 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1} = 1.92 \cdot 10^{-18} \text{ с}^{-1}, \quad (12)$$

$$t_\Lambda = 1/H_\Lambda = 5.20 \cdot 10^{17} \text{ с}^{-1} = 16.5 \text{ Гигалет}. \quad (13)$$

5. Свойства решений

- Решения в новых переменных

$$t = t_\Lambda I_1(x, \beta), \quad \eta = \eta_* I_0(x, \beta), \quad I_j(x, \beta) = \int_0^x \frac{x^j dx}{\sqrt{1 + \beta x + x^4}}. \quad (14)$$

- Современный возраст Вселенной и координата:

$$t_0 = t_\Lambda I_1(x_0, \beta) = 13.7 \text{ Гигалет}, \quad \eta_0 = \eta_* I_0(x_0, \beta) = 3.63. \quad (15)$$

- Предел координаты $\eta_\infty = \eta_* I_0(\infty, \beta) = 4.45$.

- Приближенные выражения:

$$x < 1, \quad I_0(x, \beta) \approx \frac{2x}{\sqrt{1 + \beta x + 1}}, \quad I_1(x, \beta) \approx \frac{2}{3} \frac{x^2 (\sqrt{1 + \beta x + 1} + 2)}{(\sqrt{1 + \beta x + 1})^2}, \quad (16)$$

$$x > 1, \quad I_0(x, \beta) \approx 2 \sqrt{\frac{x}{\beta}} F \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{7}{6}, -\frac{x^3}{\beta} \right), \quad I_1(x, \beta) \approx \frac{2}{3} \text{arsh} \sqrt{\frac{x^3}{\beta}}. \quad (17)$$

6. Роли компонент в различные эпохи

- Отношения плотностей зависят от z так:

$$\frac{\rho_{\text{rv}}}{\rho_{\text{d}}} = (1+z) \frac{\rho_{\text{rv}}^0}{\rho_{\text{d}}^0}, \quad \frac{\rho_{\text{d}}}{\rho_{\Lambda}} = (1+z)^3 \frac{\rho_{\text{d}}^0}{\rho_{\Lambda}^0}, \quad \frac{\rho_{\text{rv}}}{\rho_{\Lambda}} = (1+z)^4 \frac{\rho_{\text{r}}^0}{\rho_{\Lambda}^0}. \quad (18)$$

- Полная и гравитирующая плотности

$$\rho_t = \rho_{\text{d}} + \rho_{\text{rv}} + \rho_{\Lambda}, \quad \rho_{\text{g}} = \rho_{\text{d}} + 2\rho_{\text{rv}} - 2\rho_{\Lambda}. \quad (19)$$

- Таблица 1. Эпохи равенства плотностей и сил

Эпоха	z	t/t_0	t Гигалет	$t_0 - t$
$\rho_{\text{d}} = \rho_{\text{rv}}$	2340	$1.83 \cdot 10^{-6}$	$2.50 \cdot 10^{-5}$	13.7
$\rho_{\text{d}} = 2\rho_{\text{rv}}$	1170	$6.23 \cdot 10^{-6}$	$8.56 \cdot 10^{-5}$	13.7
$\rho_{\text{rv}} = \rho_{\Lambda}$	7.809	0.0354	0.486	13.2
$\rho_{\text{d}} = 2\rho_{\Lambda}$	0.7264	0.5263	7.224	6.5
$\rho_{\text{g}} = 0$	0.7255	0.5264	7.226	6.5
$\rho_{\text{d}} = \rho_{\Lambda}$	0.3702	0.7050	9.67	4.0
Соврем.	0	1	13.7	0

- Эпохи, когда $\rho_{\text{d}} = 2\rho_{\Lambda}$ и $\rho_{\text{g}} = 0$ почти совпадают, так как плотности излучения и нейтрино малы.

7. Излучение в космологии

- Уравнение движения фотона.

Луч $\theta = \theta_0$, $\varphi = \varphi_0$ (тогда $d\omega = 0$). Из $ds = 0$ следует, что $d\eta^2 = d\chi^2$.

Движение к нам: $\chi = \eta_0 - \eta$,

от нас: $\chi = \eta - \eta_e$, η_e — момент старта фотона.

- Если фотон испущен в момент η_e в месте с координатой χ_e к нам, то $\chi_e = \eta_0 - \eta_e$. Так как $\eta_e \geq 0$, то $\chi_e \leq \eta_0$.
- $\chi_e = \eta_0$ — максимальное значение: фотоны, идущие к нам из мест, координаты которых больше, еще не успели дойти до нас.
- Горизонт — это сфера, ее уравнение сейчас $\chi = \eta_0$, расстояние до горизонта (радиус сферы) $l_{\text{Hor}}^0 = l_{\text{H}}^0 \eta_0 = 14.2$ Гпк. В произвольную эпоху уравнение горизонта $\chi = \eta$, расстояние до него $l_{\text{Hor}} = l_{\text{H}}^0 a(\eta) \eta$.
- С увеличением возраста Вселенной горизонт расширяется.

8. Расстояния во Вселенной

- Метрическое расстояние: $dl^2 = l_H^0 a^2(\eta)[d\chi^2 + \chi^2 d^2\omega^2]$, луч $\theta = \theta_0, \varphi = \varphi_0$, $d\omega = 0$, $dl = l_H^0 a(\eta)d\chi$, $l = l_H^0 a(\eta)\chi$, современное $l_0 = l_H^0 \chi$.

Координата χ и красное смещение z жестко связаны с определенной точкой расширяющегося пространства.

- Расстояния: по угловому размеру l_{ad} , по параллаксу l_{pl} , по числу фотонов l_{nb} , по болометрической яркости l_{bb} .

$$l_{bb} = l_{nb}\sqrt{1+z} = l_{pl}(1+z) = l_{ad}(1+z)^2, \quad (20)$$

$$l_{pl} = l_H^0 \chi(z), \quad \chi(z) = \eta_0 - \eta = \eta_* \int_{x_0/(1+z)}^{x_0} \frac{dx}{\sqrt{1+\beta x+x^4}}. \quad (21)$$

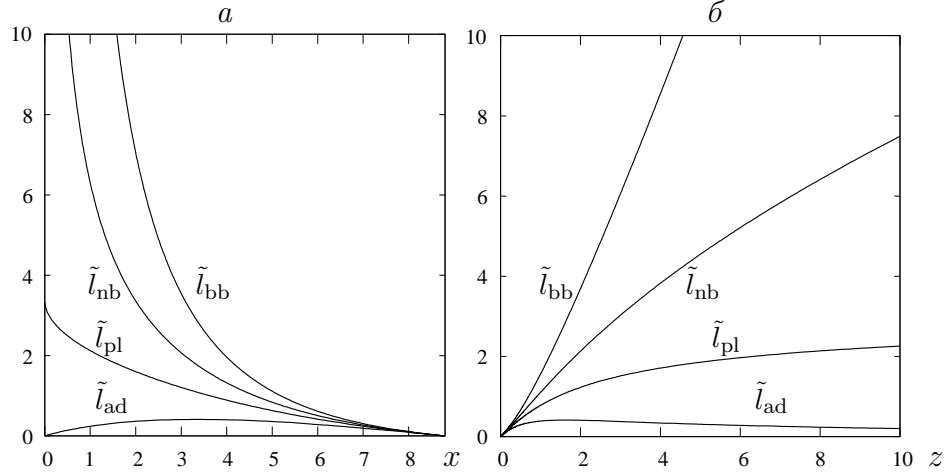


Рис. 1. Расстояния $\tilde{l} = l/l_H^0$ в зависимости от x (а) и z (б).

Таблица 2. Характерные точки стандартной модели

z	x	t	η	\tilde{l}_{ad}	$\tilde{l}_{pl} = \tilde{l}$	\tilde{l}_{nb}	\tilde{l}_{bb}
0	8.81	13.7	3.32	0	0	0	0
1.42	3.63	4.53	2.32	0.413	1.00	1.56	2.42
1.63	3.35	4.03	2.23	0.415	1.09	1.77	2.87
3.0	2.20	2.18	1.81	0.379	1.51	3.03	6.06
8.0	0.98	0.65	1.18	0.238	2.14	6.41	19.2
10	0.80	0.48	1.06	0.205	2.26	7.49	24.8
∞	0	0	0	0	3.32	∞	∞

В табл. 2 приведены значения красного смещения, координат, времени и расстояний в выделенные моменты в ходе эволюции Вселенной: начало и современность, хаббловское расстояние ($\tilde{l} = 1$) и максимум l_{ad} ($\tilde{l}_{ad} = 0.415$), а также для сравнения моменты, когда $z = 3, 8$ и 10 .

9. Скорости и ускорения

- Закон Хаббла: скорость $v = \dot{l} = l_H^0 \dot{a}\chi = \frac{\dot{a}}{a}l = Hl$, современная $v = H_0 l$.
- Связь с z : $\frac{v}{c} = H_0 \int_0^z \frac{dz}{H}$, $\frac{v}{c} \approx H_0 z$ только при $z \ll 1$. Уменьшение частоты происходит на всем пути от источника к наблюдателю.

Продольный эффект Доплера: $\sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} = 1+z$, $\frac{v}{c} = z \frac{2+z}{2+2z+z^2} < 1$.

Частота смещается только в момент излучения.

- Так как $x = ax_0 = \frac{x_0}{1+z}$, $dz = -\frac{x_0}{x^2}$, то скорость

$$\frac{v}{c} = H_0 \int_0^z \frac{dz}{H} = \eta_* \int_x^{x_0} \frac{dx}{\sqrt{1+\beta x+x^4}} = \eta_0 - \eta = \frac{l_{pl}}{l_H^0}. \quad (22)$$

- Расстояние до горизонта: сейчас $l_{Hor}^0 = l_H^0 \eta_0 = 14.2$ Гпк,
В момент η $l_{Hor} = l_H^0 a(\eta) \eta = l_H^0 a \eta_* I_0(x_0 a, \beta) = \frac{c}{H_\Lambda} x I_0(x, \beta)$.

- Скорость расширения горизонта:

$$v_{Hor} = \dot{l}_{Hor} = l_H^0 (\dot{a}\eta + a\dot{\eta}) = \frac{\dot{a}}{a} l_{Hor} + l_H^0 a \frac{c}{l_H^0 a} = H l_{Hor} + c. \quad (23)$$

Сейчас $v_{Hor}^0 = H_0 l_{Hor}^0 + c = (\eta_0 + 1)c = (3.63 + 1)c = 4.63c$,

за 1 год горизонт проходит 4.63 св. лет, 1 Гпк - за 0.7 Г лет.

- Ускорение: $l = l_H^0 a \chi$, $\dot{l} = v = l_H^0 \dot{a}\chi = Hl$, $\ddot{a} = -\frac{4\pi G}{3} \rho_g a$,

$$\ddot{l} = \dot{v} = l_H^0 \ddot{a}\chi = -\frac{4\pi G}{3} \rho_g l, \quad \rho_g = \frac{\rho_d^0}{a^3} + 2\frac{\rho_{rv}^0}{a^4} - 2\rho_\Lambda = \rho_c^0 \frac{\Omega_\Lambda^0}{x^4} (2 + \beta x - 2x^4).$$

- $\rho_g^0 = -1.07 \cdot 10^{-29}$ г/см³, $\ddot{l}_0 = 2.985 \cdot 10^{-35} l_0$.

На хаббловском $v_0 = c$, $\ddot{l}_H^0 = 3.94 \cdot 10^{-8}$ см/с² $\approx 4 \text{ \AA}/\text{с}^2$,

на горизонте $\ddot{l}_0 = 14.3 \text{ \AA}/\text{с}^2$. По порядку $cH_0 = 6.8 \cdot 10^{-8} \text{ \AA}/\text{с}^2$.

10. Вторая инфляция

- Ускорение на расстоянии l_H растет и в эпоху t будет

$$\dot{v}_H = -\frac{\Omega_d^0(1+z)^3 + 2\Omega_{rv}^0(1+z)^4 - 2\Omega_\Lambda^0}{\sqrt{\Omega_d^0(1+z)^3 + \Omega_{rv}^0(1+z)^4 + \Omega_\Lambda^0}} \frac{cH_0}{2}. \quad (24)$$

$z \rightarrow -1$ при $t \rightarrow \infty$ и $\dot{v}_H \rightarrow H_\Lambda c = 5.77 \cdot 10^{-8}$ см/с².

- При $x > 1$, $z > 10$, $t > 0.5$ Гигалет (формула (17))

$$x \approx \beta^{1/3} \operatorname{sh}^{2/3} \left(\frac{3}{2} H_{\Lambda} t \right), \quad a = \frac{x}{x_0} \approx \left(\frac{\Omega_d^0}{\Omega_{\Lambda}^0} \right)^{1/3} \operatorname{sh}^{2/3} \left(\frac{3}{2} H_{\Lambda} t \right) \sim 0.46 e^{H_{\Lambda} t} = 0.46 e^{t/t_{\Lambda}}. \quad (25)$$

- Реально экспоненциальное расширение начнется только тогда, когда будет $t > 1/H_{\Lambda} = t_{\Lambda} = 16.5$ Г лет.

- При первой инфляции $\rho_{\Lambda} = \frac{\Lambda c^2}{8\pi G} = \rho_{\text{Pl}} = \frac{c^5}{G^2 \hbar}$ (планковская плотность массы), $\Lambda = \frac{8\pi c^3}{G \hbar} = 9.6 \cdot 10^{66} \text{ 1/c}^2$. При второй инфляции $\rho_{\Lambda} = \Omega_{\Lambda}^0 \rho_c^0 = \Omega_{\Lambda}^0 \frac{3H_0^2}{8\pi G} = \frac{\Lambda c^2}{8\pi G}$, $\Lambda = 3 \frac{\Omega_{\Lambda}^0}{(l_H^0)^2} = 1.24 \cdot 10^{-56} \text{ 1/c}^2$.

11. Второй горизонт

- Уравнение движения фотона $\chi = \eta_0 - \eta$, $\chi_e = \eta_0 - \eta_e < \eta_0$, $\chi = \chi_e + \eta_e - \eta$.
- Расстояние от наблюдателя до фотона, идущего к нему:

$$l_{\text{rs}} = l_H^0 a(\eta) (\eta_0 - \eta) = l_H^0 a(\eta) (\chi_e + \eta_e - \eta). \quad (26)$$

Параметр η ограничен: $\eta \leq \eta_{\infty} = 4.45$ при $t = \infty$. Обращение $l_{\text{rs}} = 0$ возможно только, если $\chi_e + \eta_e < \eta_{\infty}$.

- В эпоху η первый и второй горизонты определяются равенствами $\chi = \eta$ и $\chi = \eta_{\infty} - \eta$, соответственно.
- Излучение из областей за первым горизонтом не имело достаточно времени, чтобы дойти до наблюдателя.

Второй горизонт отделяет области, из которых излучение не может дойти до наблюдателя, так как эти области удаляются со скоростями, превосходящими скорость света, причем эти скорости только возрастают.

- Первый горизонт можно назвать геометрическим горизонтом, физический горизонт — это сфера последнего рассеяния на $z \approx 1000$. Второй горизонт может быть назван кинематическим или динамическим.
- Первый горизонт удаляется от нас, второй — приближается.
- Горизонты пересеклись, когда $\eta = \eta_{\infty}/2 = 2.23$, $x = 3.33$, $z = 1.65$, в эпоху $t = 4.00$ Гигалет от начала расширения, то есть $t_0 - t = 9.70$ Гигалет тому назад, когда расстояние до них было 4.70 Гпк.

12. Видимая и невидимая части Вселенной

- Сейчас мы видим Вселенную до $z \approx 10$, но это прошлое. Излучение вышло из места с таким z при возрасте Вселенной (от начала) $t = 0.48$ Г лет и шло к нам $13.7 - 0.48 = 13.2$ Г лет.
- На рис. 2 геометрический горизонт — ось ординат, кинематический — прямая, соединяющая абсциссу и ординату, равные η_∞ . Фотоны движутся по прямым, параллельным $\chi_e = \eta_0 - \eta_e$.

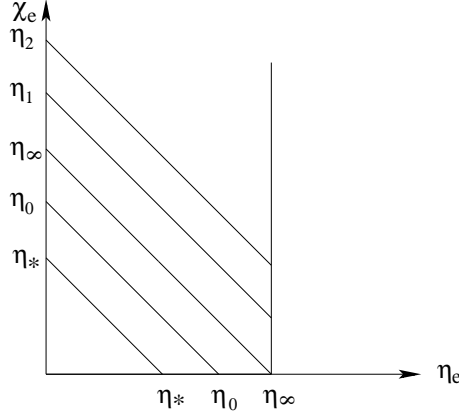


Рис. 2. Видимая и невидимая части Вселенной.

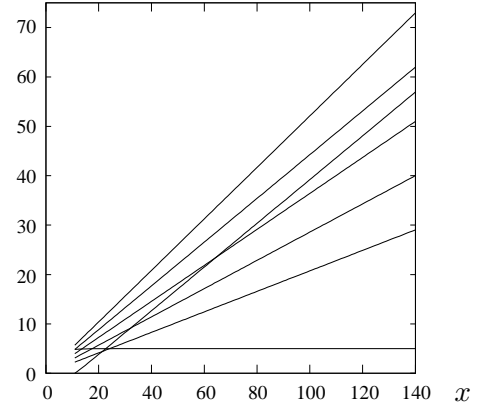


Рис. 3. Путь сигнала к объектам.

- При $\eta_e + \chi_e < \eta_\infty$ фотоны рано или поздно дойдут до нас, а при $\eta_e + \chi_e > \eta_\infty$ — не дойдут никогда. Граница для испущенных сейчас фотонов $\chi_{\text{lim}} = \eta_\infty - \eta_0 = 1.13$. Этой координате отвечают $x_{\text{lim}} = 3.23$, $z_{\text{lim}} = 1.73$, $l_{\text{lim}} = 1.77$ Г пк, то есть излучение с мест, удаленных сейчас на 1.77 Г пк, никогда не дойдет до нас, то есть даже в бесконечно удаленном будущем.

13. Связь с внеземными цивилизациями

- На рис. 3 показаны траектории объектов и светового сигнала, испущенного сейчас. Расстояние до этого сигнала $l_{\text{ph}} = l_{\text{H}}^0 a(\eta)(\eta - \eta_0)$. Расстояние до объекта с координатой χ_0 в момент η : $l_0 = l_{\text{H}}^0 a(\eta) \chi_0$.
- Сигнал дойдет до объекта, если $l_{\text{ph}} = l_0$, $\chi_0 = \eta - \eta_0$. Так как $\eta \leq \eta_\infty$, то $\chi_0 \leq \eta_\infty - \eta_0 = \chi_{\text{lim}} = 1.13$ — то же место, откуда сигнал может прийти до нас.
- Если наш сигнал примут в момент $\eta = \eta_0 + \chi_0$ и сразу пошлют ответный сигнал, то расстояние от него до нас будет $l = l_{\text{H}}^0 a(\eta)(2\chi_0 + \eta_0 - \eta)$. Оно обратится в нуль при $\eta = 2\chi_0 + \eta_0$. Чтобы он был принят когда-нибудь, должно быть $\eta < \eta_\infty$ и, следовательно, $\chi_0 < (\eta_\infty - \eta_0)/2$. Крайнее значение $\chi_{\text{civ}} = (\eta_\infty - \eta_0)/2 = \chi_{\text{lim}}/2 = \chi_{\text{civ}} = 0.56$, которому отвечают $x_{\text{civ}} = 5.30$, $a_{\text{civ}} = 0.601$, $z_{\text{civ}} = 0.663$, $l_{\text{civ}} = 1.45$ Г пк.

- Эти рассуждения чисто теоретические, так как посылать сигнал имеет смысл к объектам, расположенным не дальше нескольких десятков световых лет, иначе ждать возможного ответа придется слишком долго.