

Общая функция Грина ограниченного вязкого аккреционного диска

Галина Липунова (ГАИШ МГУ)

Для аккреционных дисков в двойных системах, у которых внутренний и внешний радиусы — конечные величины, получены функции Грина. Эти функции, важные для анализа временных характеристик дисков, являются решением однородного линейного уравнения эволюции аккреционного диска.

Линейное уравнение эволюции вязкого диска

Уравнение эволюции вязкого диска описывает эволюцию поверхностной плотности диска Σ и является следствием уравнений сохранения массы и момента импульса. Оно приобретает простой вид, если ввести **момент вязких сил** F

$$F = 3\pi h \nu_t \Sigma,$$

где удельный момент импульса $h = \sqrt{GM}r$, ν_t — кинематический коэффициент турбулентной вязкости. **Линейным** уравнение становится, если коэффициент ν_t не зависит от Σ , а зависит только от радиуса, $\nu_t = \nu_0 r^b$:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{3\nu_0 (GM)^{2-b}}{4} \frac{\partial^2 F}{\partial h^2} \quad (1)$$

Функция Грина — решение линейного однородного уравнения (1) — это распределение $F(h)$ в любой момент времени, если начальное распределение — δ -функция: $F(t=0) \propto \delta(h-h_1)$.

Функция Грина Линден-Белла и Прингла (1974)

В работе Линден-Белла и Прингла (1974) был рассмотрен диск с внутренним радиусом $R_{in} = 0$ без ограничения снаружи: $R_{out} = \infty$.

Они перешли к **новой координате** $x = (h/h_c)^{2-b}$, где $h_c = \sqrt{GMR_c}$ — характерное значение момента импульса в диске на радиусе R_c и нашли функцию Грина:

$$G(x, x_1, t) = x^l x_1^{1-l} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{k^2 t}{8l^2 t_v}\right) k J_l(kx_1) J_l(kx) dk \quad (2)$$

— интеграл от произведения функций Бесселя, который также имеет аналитический вид (см. их статью или Lipunova 2015).

Здесь $0 < l < 1$ и $l = 1/(4-2b)$ и характерное время

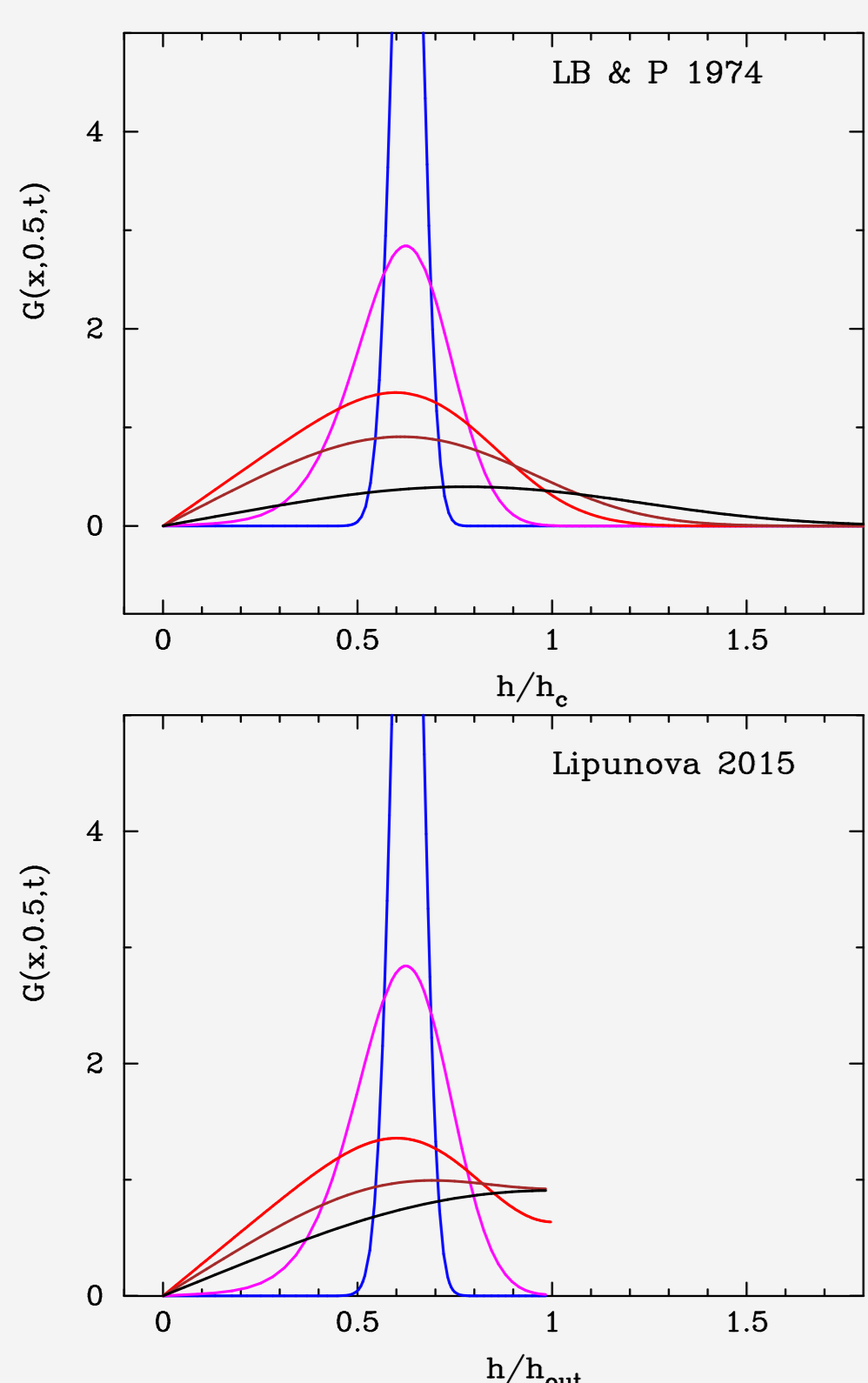
$$t_v = \frac{2}{3} \frac{R_c^2}{\nu(R_c)} \quad (3)$$

Как известно, функция Грина позволяет найти из начального распределения плотности в диске ее распределение в любой момент времени:

$$F(x, t) = \int_{x_{min}}^{x_{max}} F_0(x_1) G(x, x_1, t) dx_1 \quad (4)$$

Темп аккреции спадает степенным образом на больших временах.

Двойные системы с черными дырами



Слева показана функция Грина (**момент вязких сил**) в разные моменты времени для неограниченного и ограниченного дисков.

Красная кривая соответствует максимальному темпу аккреции на ЧД. Эволюции ограниченного и бесконечного диска **до максимума** практически не отличаются. **Темп аккреции — это наклон кривой на рисунке:**

$$M = \frac{\partial F}{\partial h}$$

На внешней границе дисков темп аккреции равен нулю. В двойных системах момент импульса перекачивается в орбитальное движение.

В двойных системах с черной дырой и аккрецией на нее, внутренний радиус диска много меньше внешнего радиуса и его можно положить примерно равным нулю. Для диска с внутренним радиусом $R_{in} = 0$ и конечным R_{out} функция Грина имеет вид бесконечной суммы (Lipunova 2015):

$$G(x, x_1, t) = 2 x^l x_1^{1-l} \sum_i \exp\left(-\frac{k_i^2 t}{8l^2 t_v}\right) \frac{J_l(k_i x_1) J_l(k_i x)}{J_l^2(k_i)} \quad (5)$$

$$t_v = \frac{2}{3} \frac{R_{out}^2}{\nu(R_{out})} \quad (6)$$

где k_i — счетные корни особого уравнения, вид которого определяется граничными условиями в диске.

Темп аккреции спадает экспоненциально на больших временах.

Моделирование вспышек Fast-Rise Exponential-Decay

Используя решение (5), можно аппроксимировать вспышки рентгеновских новых, имеющие тип FRED. Для таких моделей время до пика равно $t_{rise} \approx 0.15 R_{out}^2 / \nu_{out}$ и время экспоненциального спада $t_{exp} \approx 0.45 R_{out}^2 / \nu_{out}$.

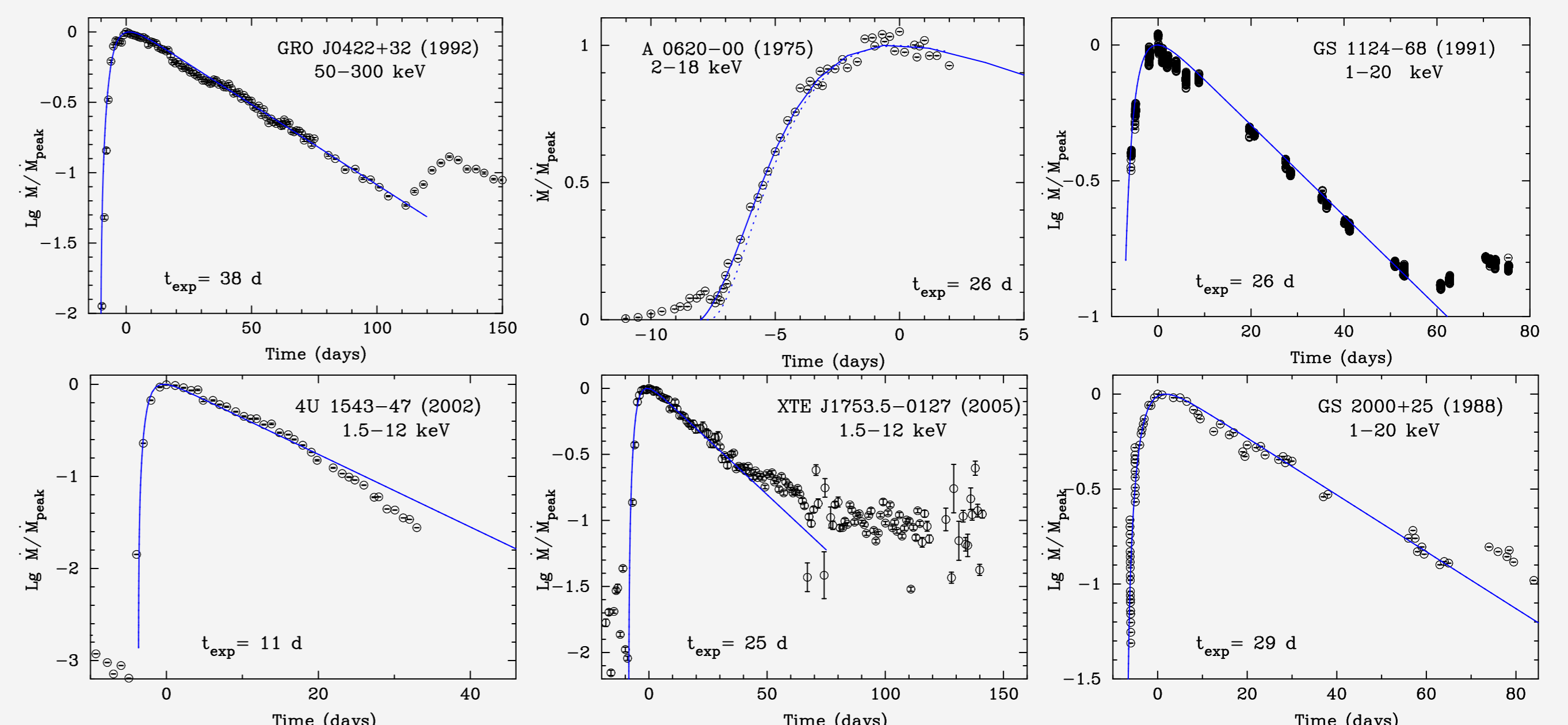


Рис.: Сравнение модели линейного вязкого диска с постоянным внешним радиусом и рентгеновских кривых блеска типа FRED некоторых рентгеновских новых. Сплошная кривая — модельный, нормированный на максимум, темп аккреции через внутреннюю границу диска, для $l = 2/5$ и времени t_{exp} , значение которого указано для каждой кривой. Рисунок из работы Lipunova (2015).

Замагниченные аккрецирующие нейтронные звезды

В двойных системах с нейтронной звездой с большим магнитным полем, внутренний радиус диска может быть существенной величиной. Для диска с конечным внутренним радиусом R_{in} и конечным R_{out} **общая функция Грина** для диска с аккрецией имеет вид:

$$G(x, x_1, t) = 2 x^l x_1^{1-l} x_{out}^{-2} \sum_i \exp\left(-\frac{k_i^2 t}{8l^2 t_v}\right) \frac{V(k_i x_1, k_i x_c) V(k_i x, k_i x_c)}{V^2(k_i x_{out}, k_i x_c)} \quad (7)$$

где ортогональные функции — это комбинации функций Бесселя:

$$V(u, v) = J_l(u) J_{-l}(v) - J_{-l}(u) J_l(v) \quad (8)$$

Эта функция Грина может быть использована для расчета спектра мощности излучения диска (Mushtukov et al. 2019).

Диски без аккреции через внутренний радиус

Этот случай описывает диски, у которых внутренний радиус больше радиуса коротации НЗ. Момент вязких сил такого диска отличен от нуля на R_{in} .

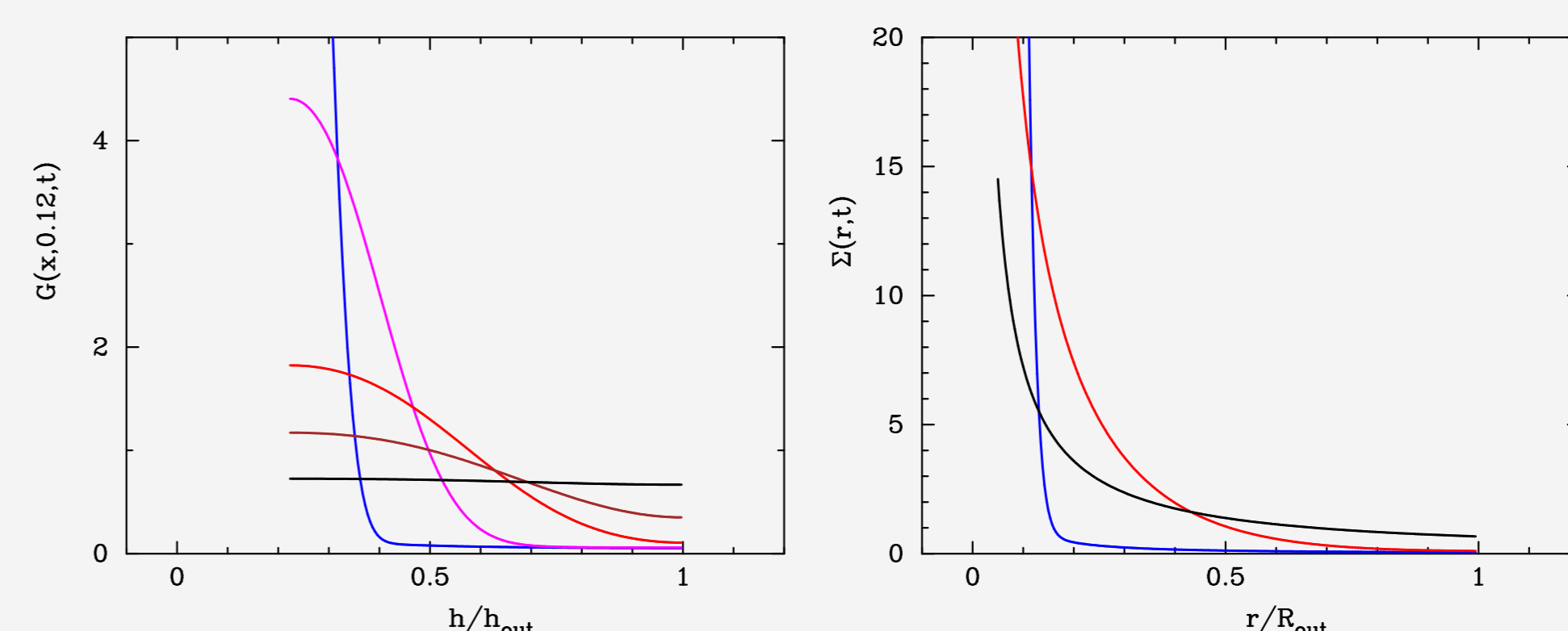


Рис.: Эволюция функции Грина в диске без аккреции (слева). Такой случай может реализоваться в **декреционном диске Ве-звезды** после выброса вещества в диск. Справа соответствующее распределение поверхностной плотности для трех моментов времени из пяти.

Если аккреция через внутренний край диска R_{in} не идет (“мертвые диски” Шакуры и Сюняева (1977)), то **общая функция Грина** имеет вид:

$$G(x, x_1, t) = 2(1-l) x_1^{1-2l} (x_{out}^{2l-2} - x_{in}^{2l-2}) + 2 x^l x_1^{1-l} x_{out}^{-2} \sum_i \exp\left(-\frac{k_i^2 t}{8l^2 t_v}\right) \frac{V_*(k_i x_1, k_i x_{in}) V_*(k_i x, k_i x_{in})}{V_*^2(k_i x_{out}, k_i x_{in})} \quad (9)$$

где ортогональные функции

$$V_*(u, v) = J_{-l}(u) J_{l-1}(v) + J_l(u) J_{-l}(v),$$

Lynden-Bell & Pringle (1974) “The evolution of viscous discs and the origin of the nebular variables” MNRAS **168** 603

Lipunova (2015) “Evolution of Finite Viscous Disks with Time-independent Viscosity” ApJ **804**, 87

Mushtukov A., Lipunova G., Ingram A., Tsygankov S., Mönkkönen J., van der Klis M. (2019) “Broad-band aperiodic variability in X-ray pulsars: accretion rate fluctuations propagating under the influence of viscous diffusion” MNRAS **486**, 4061