

ТОРСИОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ КОРЫ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ И КОЛЕБАНИЯ ПРИ ВСПЫШКАХ МАГНИТАРОВ

Д.Г. Яковлев, А.А. Кожберов

ФТИ им. А.Ф. Иоффе

План

- 1. Торсионные колебания (В=0)
- 2. Магнито-упругие колебания (магнитары)

НЕА 2021, ИКИ, 24 декабря 2021 г.

Торсионные колебания: введение



Объемноцентрированный кубический кристалл

Кора: содержит кристалл, обладает упругостью

Упругие силы – за счет кулоновского взаимодействия атомных ядер; кулоновская энергия на одно ядро *U*_C=-0.9 *Z*²e²/*a*_i кулоновское давление |P_C| << P => кристалл <u>ХЛИПКИЙ</u>

Торсионные колебания= упругие крутильные колебания коры; поле *u*(*r*,*t*) сдвиговых деформаций: *r*' → *r*+*u*

Изотропный кулоновский кристалл, модуль сдвига:

Максимальное (разрывное) натяжение:

$$\mu = 0.1194n_{\rm i} \frac{Z^2 e^2}{a_{\rm i}}$$
$$\sigma_{\rm max} \approx 0.02n_{\rm i} \frac{Z^2 e^2}{a_{\rm i}}$$

Торсионные колебания: общие свойства

- Колебания элементов среды по сферическим поверхностям не нужно работать против гравитации. Не меняются профили давления и плотности. Почти не искривляется метрика и не излучаются грав. волны
- Формализм: <u>линеаризованные</u> волновые уравнения сдвиговых деформаций (типа уравнения Шредингера) для <u>волновой функции</u> u(r,t); аналогия с движением в центрально-симметричном поле в квантовой механике. Ищутся частоты колебаний и волновые функции u(r,t).
- Решения нумеруются набором трех чисел (n,l,m):

 I=2,3,...
 – орбитальное число

 -l<=m<=l</td>
 – азимутальное число

 n = 0, 1, ...
 – число узлов по радиусу

- Частоты колебаний не зависят от т. Зависимость волновой функции от углов стандартна (сферические гармоники). Достаточно найти радиальную волновую функцию, положив т=0.
- Геометрия простейшей моды (l=2, m=0): две полусферы, колеблются в разные стороны. Вектор смещения: u = (u^r, u^θ, u^φ) = (0, 0, u^φ)

Торсионные колебания: Основные уравнения

Метрика:

$$ds^{2} = -e^{2\Phi} dt^{2} + e^{2\Lambda} dr^{2} + r^{2} (d\theta^{2} + \sin^{2}\theta d\phi^{2}), \quad \exp \Lambda(r) = \frac{1}{\sqrt{1 - 2Gm(r)/rc^{2}}}$$

Малое собственное смещение элемента вещества:

Радиальная волновая функция деформаций = ? $\omega = 2\pi v = 4acmoma колебаний = ?$ Полная волновая функция $u^{\phi} = r Y(r) \exp(i\omega t) b_{\ell}(\theta), \quad b_{\ell}(\theta) = \frac{\partial}{\partial \theta} P_{\ell}(\cos \theta),$

Y(r): малое угловое смещение амплитуды колебаний вещества

 $b_2(\theta) = 3\cos\theta \sin\theta$

<u>Основное уравнение</u> для Y(r) и ω <u>(Schumaker & Thorne 1983):</u>

$$\begin{split} Y'' + \left(\frac{4}{r} + \Phi' - \Lambda' + \frac{\mu'}{\mu}\right) Y' \\ + \left[\frac{\rho + P/c^2}{\mu} \,\omega^2 \mathrm{e}^{-2\Phi} - \frac{(\ell + 2)(\ell - 1)}{r^2}\right] \mathrm{e}^{2\Lambda} Y = 0. \end{split}$$

 $b_3(\theta) = 1.5(5\cos^2\theta - 1)\sin\theta$

$$|Y(r)| << 1$$

 $Y(r_{out}) = Y_0$

<u>Граничные условия (</u>отсутствие напряжений на границах): $Y'(r_1) = 0$ $Y'(r_2) = 0$

Удобная радиальная функция напряжений:

$$\xi(r) \equiv \frac{rY'(r)}{2Y_0 \exp \Lambda(r)}$$

Торсионные колебания: Модель звезды (пример)

Нуклонное ядро. Уравнение состояния APRIII Akmal, Pandharipande & Ravenhall (1998), Heiselberg, Hjorth-Jensen (1999), Gusakov et al. (2004)

 $M = 1.4 \,\mathrm{M}\odot$ $R = 12.27 \,\mathrm{km}$ Нейтронизация: $\rho_{\mathrm{drip}} = 4.3 \times 10^{11} \mathrm{g \ cm^{-3}}$ $r_{\mathrm{drip}} = 11.82 \,\mathrm{km}$ $m_{\mathrm{drip}} = 1.3998 \,\mathrm{M}\odot$ Граница с $\rho_{\mathrm{cc}} = 1.45 \times 10^{14} \mathrm{g \ cm^{-3}}$ $r_{\mathrm{cc}} = 10.09 \,\mathrm{km}$ $m_{\mathrm{cc}} = 1.364 \,\mathrm{M}\odot$

Сглаженный равновесный ядерный состав

Удобно вводить локальную скорость сдвиговой волны:

$$v_{\rm s}(r) = \sqrt{\frac{\mu(r)}{\rho + P(r)/c^2}},$$

Торсионные колебания без узлов (*n*=0)

• Кристалл остается почти ненапряженным

Основные свойства

• Максимальные деформации и напряжения – во внутренней коре – именно там формируются колебания

Торсионные колебания (*n*=0)

Аналитическое решение (Ү≈Ү₀):

$$\begin{split} \omega_{\ell 0}^2 &= \frac{1}{4} \omega_{20}^2 \, (\ell+2)(\ell-1), \qquad \omega_{20}^2 = \frac{8E_{\mu}}{3I_{\rm cr}}, \qquad \frac{\text{Аналитическая формула для }}{\text{частот колебаний}} \\ I_{\rm cr} &= \frac{8\pi}{3} \int_{r_1}^{r_2} {\rm d} r \, r^4 (\rho + P/c^2) \exp(\Lambda - \Phi), \qquad \text{«Момент инерции» коры} \\ E_{\mu} &= 4\pi \int_{r_1}^{r_2} {\rm d} r \, r^2 \mu \exp(\Phi + \Lambda). \qquad \text{«Модуль сдвига» коры} \\ E_{\mu} &= 6.85 \times 10^{47} \, {\rm erg} \qquad I_{\rm cr} = 8.91 \times 10^{43} \, {\rm g \, cm}^2 \\ \omega_{\ell 0}/\omega_{20} &= {\rm зависит только \ om \ \ell} \quad (\text{не зависит om M, R, EOS}) \\ \hline &= \frac{\ell}{\omega_{\ell 0}/\omega_{20}} \int_{1}^{2} \frac{3}{1.581} \frac{4}{2.121} \int_{2.646}^{5} \dots \\ &= {\rm Sotani\ (2016)\ vs\ Samuelsson\ \&\ Andersson\ (2007)} \\ \omega_{\ell 0} \propto \sqrt{\ell(\ell+1)} \qquad \omega_{\ell 0} \propto \sqrt{(\ell-1)(\ell+2)} \end{split}$$

8

Аналитиче энергии ко	еская формула для олебаний (Ү≈Ү ₀):	$E_{\rm vib}^{\ell 0} = \frac{(\ell - 1)\ell(\ell + 1)(\ell + 2)}{2(2\ell + 1)} E_{\mu}Y_0^2.$			
Пример:	$\ell = 2$ and $n = 0$	$E_{\rm vib}^{20} \approx 1.64 \times 10^{48} Y_0^2$			
	$(Y_0 \ll 1)$	$E_{\rm vib}^{20} \ll 2 \times 10^{48} {\rm ~erg}$			

Table 3. Some torsional oscillation parameters for a 1.4 M_{\odot} neutron star (Y_0 is expressed in radians); see the text for details.

ℓ, n	v [Hz]	E _{vib} [erg]	$ \xi_* ^a$	Y^{b}_{0*}	$E_{\rm vib}^{*c}$ [erg]
2, 0 3, 0	22.77 36.01	$\begin{array}{l} 1.64 \times 10^{48} \ Y_0^2 \\ 5.88 \times 10^{48} \ Y_0^2 \end{array}$	0.01 0.03	≪1 ≪1	$\ll 2 \times 10^{48}$ $\ll 6 \times 10^{48}$

Notes. ^{*a*}Breaking value of radial strain function.

^bBreaking or limiting angular vibration amplitude.

^{*c*}Breaking or limiting vibrational energy.

Торсионные колебания (*n*>0)

- Кристалл деформирован, узлы Y(r)
- Частоты колебаний выше, почти не зависят от *I*, но зависят от *n*
- Напряжены во внутренней коре
- Могут рваться
- Аналитическое описание перестает работать

Численный эксперимент: сравнение частот торсионных мод от положения внешней границы кристаллической коры

- Частоты колебаний фактически не зависят от положения внешней границы кристаллического слоя, пока она находится во внешней коре.
- Внешняя кора остаётся почти не напряженной и легко вовлекается в колебания внутренней корой!

Торсионные колебания: Численный эксперимент

12

Торсионные колебания: Сводная таблица

Table 3. Some torsional oscillation parameters for a 1.4 M_{\odot} neutron star (*Y*₀ is expressed in radians); see the text for details.

ℓ, n	v [Hz]	E _{vib} [erg]	$ \xi_* ^a$	Y^{b}_{0*}	$E_{\rm vib}^{*c}$ [erg]
2,0	22.77	$1.64 \times 10^{48} Y_0^2$	0.01	≪1	$\ll 2 \times 10^{48}$
3,0	36.01	$5.88 \times 10^{48} Y_0^2$	0.03	≪1	$\ll 6 \times 10^{48}$
2, 1	631.1	$5.30 \times 10^{49} Y_0^2$	9.7	0.006	2×10^{45}
3, 1	631.6	$7.60 \times 10^{49} Y_0^2$	9.7	0.004	1.3×10^{45}
2, 2	1031.3	$1.66 \times 10^{49} Y_0^2$	10	0.006	5×10^{44}
3, 2	1031.6	$2.38 \times 10^{49} Y_0^2$	10	0.004	4×10^{44}

Notes. ^{*a*}Breaking value of radial strain function.

^bBreaking or limiting angular vibration amplitude.

^{*c*}Breaking or limiting vibrational energy.

Торсионные колебания: Итоги

Общие свойства: колебания формируются во внутренней коре и легко увлекают за собой внешнюю кору

Магнитары: QPOs in SGRs

Fig. 1. Light curve of the RXTE giant flare of SGR 1806–20 observed on 2004 Dec. 27. The general decay of the giant flare with a bumpy structure on top of it, namely a strongly periodic signal due to rotation (7.56 s). The inset panel shows the rotational modulated light curve (filled circles), together with fitted piecewise constant model (solid line, Hutter 2007), shown here only for 2.5 rotational cycles, with a very complex light curve structure (see text for details).

Hambaryan V., Neuhauser R., Kokkotas K. D., 2011, A&A, 528, A45

Israel et al. (2005) Watts & Strohmayer (2006) Hambaryan et al. (2011) ...

Доклад Д.С. Свинкина

- Квазипериодические осцилляции наблюдаются после всплесков мягких гамма-репитеров
- Например, после гигантского вслеска SGR 1806-29 (2004) наблюдались квазипериодические осцилляции излучения на частотах
 18, 26, 30, 92, 150, 625, 1840 Гц
- Подобные частоты частично можно объяснить торсионными колебаниями звезды без магнитного поля.
- Однако магнитные поля магнитаров должны бы влиять ни частоты их колебаний

Проследим влияние сильного магнитного поля В на колебания коры на уровне оценок.

Эффекты поля В <u>двояки:</u>

1. В сильном поле меняется <u>микрофизика</u> плазмы атомных ядер (термодинамика, упругие модули и пр.); главный критерий

$$\omega_B \gtrsim \omega_{\rm pl}^* \leftrightarrows T_B \gtrsim T_{\rm pl}^* \qquad T_B = \frac{\hbar\omega_B}{k_{\rm B}}, \quad \omega_B = \frac{ZeB}{m_{\rm i}c}$$

Л-pa: Baiko, PRE, 2009; Baiko, Yakovlev, MNRAS, 2013; Baiko, MNRAS, 2016; Baiko, Kozhberov, Phys. Plasmas, 2017

2. Высокая альфвеновская скорость

$$v_{\rm A} = \frac{B}{\sqrt{4\pi\rho}} \gtrsim v_{\rm s}$$

Микрофизика

Скорость волн

17

Микрофизика

Скорость волн

Магнитары: Итоги

Условие влияния магнитного поля на спектр колебаний: B>~3 x 10¹⁴ G

В литературе: много расчетов при высоких В>~10¹⁶ G

Предложено много теоретических объяснений колебаний магнитаров:

- колебания поддерживаются в ядре, коре или магнитосфере магнитара
- могут быть связаны и не связаны с торсионными колебаниями коры
- могут быть глобальными или локальными

Сложная физика (не полно исследованная):

- величина и геометрия магнитного поля
- сверхтекучесть и сверхпроводимость в ядре звезды
- неизвестный состав ядра звезды

Магнито-упругие колебания замагниченной звезды

Andersson, Glampedakis and Samuellson (2009) Levin (2006,2007) Sotani et al. (2007) Cedra-Duran et al. (2009) Colaiuda et al. (2009,2011,2012) Gabler et al. (2011, 2012, 2013a,2013b,2016,2018) Van Hoven and Levin (2011, 2012) Passamonti and Lander (2014) Link and Van Eysden (2016) Проблема в процессе решения!

- Теория торсионных колебаний (В=0) разработана хорошо.
 Главное: колебания формируются во внутренней коре, а внешняя кора не играет особой роли
- Теория магнито-эластичных колебаний создается.
 Магнитное поле B<~3 x 10¹⁴ G недостаточно сильное, чтобы поменять глобальные колебания коры.
 Более сильные поля могут менять сейсмологию коры кардинально

- Теория торсионных колебаний (В=0) разработана хорошо.
 Главное: колебания формируются во внутренней коре, а внешняя кора не играет особой роли
- Теория магнито-эластичных колебаний создается. Магнитное поле B<~3 x 10¹⁴ G недостаточно сильное, чтобы поменять глобальные колебания коры. Более сильные поля могут менять сейсмологию коры кардинально

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!